

**BULLETIN N° 199
ACADÉMIE EUROPEENNE
INTERDISCIPLINAIRE
DES SCIENCES**



**Lundi 9 novembre 2015 :
à 17 h à la Maison de l'AX, 5 rue Descartes 75005 PARIS**

Assemblée générale annuelle de l'AEIS

**Notre Prochaine séance aura lieu le lundi 7 décembre 2015 à 17h
5 rue Descartes 75005 PARIS**
Elle aura pour thème

**Conférence de Jean-Philippe UZAN
Directeur de Recherche au CNRS
Institut d'Astrophysique de Paris/Institut Henri Poincaré
*" Lentilles gravitationnelles faibles : Applications en cosmologie "***

ACADEMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE DES SCIENCES

PRÉSIDENT : Pr Victor MASTRANGELO
VICE PRÉSIDENT : Pr Jean-Pierre FRANÇOISE
VICE PRÉSIDENT BELGIQUE(Liège):
 Pr Jean SCHMETS
VICE PRÉSIDENT ITALIE(Rome):
 Pr Ernesto DI MAURO
SECRÉTAIRE GÉNÉRALE : Irène HERPE-LITWIN
TRÉSORIÈRE GÉNÉRALE: Édith PERRIER

MEMBRES CONSULTATIFS DU CA :
 Gilbert BELAUBRE
 François BÉGON
 Bruno BLONDEL
 Michel GONDRAN

COMMISSION FINANCES: Claude ELBAZ
COMMISSION MULTIMÉDIA: Pr. Alain CORDIER
COMMISSION ÉDITION:
 Pr Robert FRANCK et Pr Pierre NABET
COMMISSION SYNTHÈSES SCIENTIFIQUES:
 Jean-Pierre TREUIL
COMMISSION CANDIDATURES:
 Pr. Jean-Pierre FRANÇOISE

PRÉSIDENT FONDATEUR : Dr. Lucien LÉVY (†)
PRÉSIDENT D'HONNEUR : Gilbert BELAUBRE

CONSEILLERS SCIENTIFIQUES :
SCIENCES DE LA MATIÈRE : Pr. Gilles COHEN-TANNOUJJI
SCIENCES DE LA VIE ET BIOTECHNIQUES : Pr Ernesto DI MAURO

CONSEILLERS SPÉCIAUX:
ÉDITION: Pr Robert FRANCK
AFFAIRES EUROPÉENNES :Pr Jean SCHMETS
RELATIONS VILLE DE PARIS et IDF:
 Michel GONDRAN ex-Président
MOYENS MULTIMÉDIA et RELATIONS UNIVERSITÉS:
 Pr Alain CORDIER
RELATIONS AX et MÉCÉNAT : Gilbert BELAUBRE

SECTION DE NANCY :
PRÉSIDENT : Pr Pierre NABET

novembre 2015

N°199

TABLE DES MATIÈRES

p. 03 Séance du 9 novembre 2015 : Assemblée générale de l'AEIS
 p. 21 Documents

Prochaine séance : lundi 7 décembre 2015

Conférence de Jean-Philippe UZAN
Directeur de Recherche au CNRS
Institut d'Astrophysique de Paris/Institut Henri Poincaré
" Lentilles gravitationnelles faibles : Applications en cosmologie "

ACADEMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE DES SCIENCES

Fondation de la Maison des Sciences de l'Homme, Paris.

Séance du Lundi 9 novembre 2015 /Maison de l'AX 17h

La séance est ouverte à 17h sous la **Présidence de Victor MASTRANGELO** et en la présence de nos Collègues Gilbert BELAUBRE, Jean-Louis BOBIN, Juan-Carlos CHACHQUES, Gilles COHEN-TANNOUDI, Claude ELBAZ, Michel GONDRAN, Irène HERPE-LITWIN, Antoine LONG, Pierre MARCHAIS, Claude MAURY, Anastassios METAXAS, Edith PERRIER, Jean SCHMETS, Alain STAHL Jean-Pierre TREUIL .

Etaient excusés François BEGON, Jean-Pierre BESSIS, Bruno BLONDEL, Michel CABANAC, Alain CARDON, Alain CORDIER Daniel COURGEAU, Ernesto DI MAURO, Françoise DUTHEIL, Vincent FLEURY, Robert FRANCK, Jean -Pierre FRANCOISE, Jacques HENRI-ROBERT, Dominique LAMBERT, Gérard LEVY, Jacques LEVY, Valérie LEFEVRE-SEGUIN, Jacques NIO, Pierre PESQUIES, Jean VERDETTI.

L'Ordre du jour appelle : **l'Assemblée générale de l'AEIS**

LECTURE DES RAPPORTS D'ACTIVITES et MORAUX DES DIVERSES SECTIONS 2014/2015

I. Section de NANCY

A--Cette année l'effectif des membres actifs cotisants a été de 25.

Nous avons eu à déplorer le décès d'un membre éminent, le Professeur Michel COMERLATTI, agrégé de philosophie, conseiller du Président André ROSSINOT.

Par ailleurs nous avons dans nos effectifs cinq membres éloignés qui, ne pouvant venir aux séances, sont dispensés de cotisations (dont un membre belge).

Le professeur Philippe COUDRAY nous a rejoint récemment.

Notre Amie Académicienne Sylvie PIERRE a été nommée Professeur de Faculté en « Sciences de l'Information et de la Communication » à l'Université de Lorraine.

B--Au cours de cette année universitaire 2014-2015 nous avons pu entendre les conférences suivantes :

Le vendredi 24 octobre 2014 l'Académicien Nguyen TRAN, traita de « l'impact du repos métabolique par décharge ventriculaire gauche sur le remodelage cardiaque ». À partir de l'étude approfondie de cas cliniques spontanés, l'équipe du Docteur TRAN a pu montrer que si on apportait une aide à la circulation du sang par un cœur artificiel momentanément branché, tout en laissant en place le cœur d'origine déficient, ce dernier, soulagé, pouvait se régénérer et récupérer sa fonction initiale.

Le vendredi 12 décembre 2014 le Professeur Pierre BRAVETTI présenta une conférence intitulée « l'anatomie philosophique » ; l'anatomie (Temno= je coupe et ana= parmi, en somme= dissection), comme toute donnée humaine, peut faire l'objet d'une étude philosophique. Rappelons que, dans bien des civilisations, la dissection fut interdite, mais aussi que l'emploi du scalpel remonte à Ptolémée de Thébàide (90-168) à Alexandrie en Égypte. La technologie évoluant, de Générale, l'Anatomie a été Microscopique et

Pathologique, puis Numérique, mettant de plus en plus en relation la structure et la fonction replaçant ainsi le corps dans la Nature avec les autres sciences.

Le vendredi 20 février 2015 le Professeur Yves GRANJON présenta la question « quelle Université demain ? ». Très impliqué dans le fonctionnement de l'Université de Lorraine le Professeur GRANJON a une vision de l'intérieur. Le sujet n'a pas été épuisé dans cette séance et il est si important, que Y. GRANJON reviendra devant nous pour approfondir la réflexion sur l'Université en général, c'est à dire comment transmettre le savoir.

Le vendredi 24 avril 2015, le Professeur Bruno DEFFAINS a présenté ses recherches originales sur « le Droit comme facteur de développement économique ». Conférence de haut niveau, complexe et subtile. Bruno DEFFAINS nous a bien fait saisir les intrications constantes et nécessaires entre un cadre juridique stable et prévisible et l'efficacité économique. La mondialisation accentue cette notion.

Le vendredi 26 juin 2015, l'Académicien Claude VAUTRIN, journaliste, présenta son métier : « le métier de grands reporters ». Claude VAUTRIN a écrit un livre très intéressant sur ce sujet, intitulé «**GRAND REPORTER, LE PAS DE COTE** » chez Kairos-témoignage à Nancy , en janvier 2015. Il y montre, entre autre, combien une préparation rigoureuse et la recherche de contacts locaux fiables sont nécessaires à ce métier. Il faut à la fois savoir faire confiance et être circonspect. Souvent il s'avère essentiel de sortir de la routine (d'où le pas de côté), pour accéder à la réalité des événements.

C-Nous remercions beaucoup Monsieur le Maire de NANCY et son équipe de la Mairie qui nous ont permis de disposer, encore une fois, pour ces cinq séances annuelles de l'AEIS, de la salle Rosambert. Nous sommes très conscients que cette mise à disposition n'est pas réellement gratuite et qu'il s'agit bien d'un effort de la Mairie vis-à-vis de nous et de la Science.

Cet effort s'est renouvelé à nouveau cette année universitaire 2015-2016, où les vendredi 30 octobre, 28 décembre 2015, 26 février, 29 avril et 24 juin 2016 la salle Rosambert sera mise à notre disposition. Encore merci

Nancy le 28 octobre 2015

Professeur Pierre NABET
Président de la section de Nancy de l'AEIS.

II. ACADÉMIE-PARIS

RAPPORT D'ACTIVITÉ 2014-2015

Depuis janvier 2013 nos réunions continuent principalement le premier lundi du mois à la Maison de l'AX avec laquelle nous entretenons une excellente relation.

Nous avons donc eu depuis notre dernière AG du 3 novembre 2014 le programme de séances suivant: Au cours de huit séances ont été développés des sujets relatifs au prochain colloque de février 2016 qui portera sur le thème "*Ondes, Matières et Univers*". Au cours de trois séances ont été proposées des thématiques possibles pour un futur colloque au-delà de 2016. Par ailleurs deux séances ont fait l'objet de thématiques spécifiques.

Nous souhaitons toujours déplacer notre siège social depuis la Fondation des Sciences de l'Homme 54, boulevard Raspail (6^{ème}) vers le cinquième arrondissement. L'AEIS souhaite mener ainsi ses activités au cœur d'institutions prestigieuses du quartier latin.

Notre Académie a par ailleurs accueilli comme nouveau membre le Pr Dominique LAMBERT de l'Université de Namur en Belgique.

Cette année cinq commissions internes ont fonctionné dans le but de développer au mieux nos différentes activités.

- 1) ***La Commission Multimédia*** animée par notre collègue Alain CORDIER avec deux visées principales : le maintien à niveau de notre site et l'ouverture du site dédié à nos colloques internationaux sur la plateforme multimédia du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche : **sciencesconf.org**
- 2) ***La Commission Finances*** animée par notre collègue Claude ELBAZ
- 3) ***La Commission Edition de l'AEIS*** animée par notre collègue Robert FRANCK avec le concours de notre collègue Pierre NABET, président de la section de Nancy et du comité de lecture en vue de la préparation du premier ouvrage de la collection AEIS/EDP SCIENCES.
- 4) ***Commission scientifique interne*** animée par notre président Victor MASTRANGELO chargée de définir le programme de notre colloque du mois de février 2016.
- 5) ***Création d'une commission de rédaction des comptes-rendus des séances***

RAPPORTS D'ACTIVITE DES DIVERSES COMMISSIONS

1) *Commission Multimédia*

Site internet de l'AEIS <http://www.science-inter.com/>

La commission multimédia a examiné la situation du site Internet. Il apparait que de nombreux documents sont obsolètes et doivent être retirés. Des modifications concernant la présentation d'un certain nombre de pages sont proposées, en particulier pour la rubrique "Bibliographie" qui ne comportera à l'avenir que les ouvrages publiés par des membres de l'AEIS. Les bulletins mensuels sont systématiquement publiés sur ce site avec un N° ISSN 2427-4577 attribué par la Bibliothèque Nationale. Les compte-rendus sont également publiés grâce à l'implication de nos collègues Jean-Pierre TREUIL et Michel GONDRAN

Site internet du MESR <http://www.sciencesconf.org/>

Sur ce site hébergé par la plateforme multimédia du Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche figurent le programme, les résumés des interventions des conférenciers et bien sûr la possibilité de s'inscrire de nos colloques 2014 et 2016 :

<http://aeis-2014.sciencesconf.org/> et <http://aeis-2016.sciencesconf.org/>

Site internet de la CE(Commission Européenne) http://cordis.europa.eu/home_en.html

Sur ce site dédié aux activités de la recherche et des manifestations scientifiques en Europe, sont publiées les annonces de nos séminaires mensuels ainsi que leurs résumés grâce à l'implication de notre collègue Jean SCHMETS

2) *Commission Finances*

Deux demandes de financement ont abouti positivement

1. Fondation Daniel IAGOLNITZER

Après les démarches de nos collègues Gilles COHEN-TANNOUDJI et Gilbert BELAUBRE et la présentation d'un dossier scientifique sur notre colloque de février 2016, cette fondation a bien voulu nous octroyer une somme de 2500 euros.

2. CEA/ Institut des Sciences de la Matière

Grace à l'action conjuguée de notre Président Victor MASTRANGELO et de notre collègue Gilles COHEN-TANNOUDJI, le Directeur de cet Institut, G. FIONI, a bien voulu nous accorder la somme de 2000 euros.

La fabrication de notre premier ouvrage de la collection AEIS/EDP-Sciences est en cours. La mise en forme, et la traduction des articles en anglais, ont été être assurées grâce au concours de la section de Nancy de l'AEIS par l'INIST-CNRS de Nancy. Un bon de commande 739,62€HT a été adressé cet Institut pour la version de deux articles en anglais. La fabrication de la maquette de notre ouvrage par l'INIST sera faite pour un coût 500 €HT.

L'édition (papier + informatique) de cet ouvrage sera effectuée par EDP-Sciences pour un coût de 2500 €HT, pour 100 exemplaires (en niveau de gris).

Un appel à la souscription pour un certain nombre d'exemplaires a été effectué auprès de nos membres.

3) Commission Edition de l'AEIS

Rappels

L'Académie Européenne Interdisciplinaire des Sciences (A.E.I.S.) crée une collection d'ouvrages permettant d'assurer à ses travaux une plus large diffusion. Comme ces travaux portent sur des questions majeures à la charnière de plusieurs disciplines et sont pluridisciplinaires, leur publication sera une ressource pour les chercheurs engagés dans des programmes de plus en plus spécialisés. Ils intéresseront également un public plus large.

C'est la maison d'édition *EDP Sciences*, à Paris, qui publiera la collection d'ouvrages de l'Académie. Nos livres pourront y bénéficier d'une double publication : sous forme de livres-papier avec diffusion dans les bibliothèques des universités et des centres de recherche, et dans les librairies, mais aussi *en ligne* en version électronique sur le site de l'éditeur, dans sa section *Books*. Le site de l'éditeur est bilingue français/anglais, et largement ouvert sur les milieux de la recherche à l'étranger.

Notre premier ouvrage sortira à la fin de cette année 2015/début 2016. Il est le fruit du congrès de février 2014 qui portait sur *la formation des systèmes stellaires/ Conditions d'apparition de la vie*. Il sera publié à la fois sous forme de livre papier et *en ligne*.

Notre volonté est de publier trois autres ouvrages, issus de congrès antérieurs, respectivement sur *les géométries fractales*, sur *les phénomènes d'émergence*, et sur *les théories et les modèles en sciences sociales*. Les trois ouvrages seront publiés *en ligne*, donc sous forme électronique. Le premier, sur *les géométries fractales*, sera publié en outre sous forme de livre-papier. Il reste à décider si les deux autres ouvrages pourront également bénéficier d'une publication sous forme de livre-papier. La décision dépendra bien sûr de nos moyens financiers.

La préparation des manuscrits des ouvrages appelle la formation de comités de lecture et d'accompagnement, responsables du contenu des manuscrits et de leur composition, et veillant à en intégrer les résultats sous la forme d'introductions et de conclusions générales et le cas échéant de textes passerelles entre les contributions. Pour ce faire, on pourra se référer au premier ouvrage en cours de fabrication.

Comités de Lecture et d'accompagnement relatifs à chaque colloque

Les comités créés lors de l'Assemblée générale de novembre 2012 ont été complétés ainsi:

COLLOQUE	Comité de lecture et d'accompagnement
<i>Fractales en progrès</i>	Gilbert BELAUBRE Michel GONDRAN Gérard LEVY Victor MASTRANGELO Edith PERRIER Jean SCHMETS
<i>Émergences: de la fascination à la compréhension</i>	Claude ELBAZ Gilbert BELAUBRE Robert FRANCK Irène HERPE-LITWIN (traduction)
<i>Théories et Modèles en Sciences Sociales</i>	Gilbert BELAUBRE Daniel COURGEAU Robert FRANCK Michel GONDRAN
<i>Formation des Systèmes Stellaires et Planétaires / Conditions d'Apparition de la Vie</i>	Gilbert BELAUBRE Ernesto DI MAURO

Robert FRANCK (Conseiller) Pierre NABET Jean SCHMETS Victor MASTRANGELO (coordination)

Il est à souhaiter que ces trois comités de lecture ne tardent pas à préparer les manuscrits. Il convient de vérifier à l'occasion de la présente A.G. si la composition de ces commissions doit être revue ou élargie, et de nommer un président pour chaque commission qui sera responsable du suivi du travail à réaliser.

Point sur la préparation du premier ouvrage à paraître

Suite à la réunion de la commission édition du 5 octobre 2015, sont apparus les principaux points suivants:

1. Le premier ouvrage édité sera celui relatif à notre dernier colloque de février 2014 "Formation des Systèmes Stellaires et Planétaires- Conditions d'Apparition de la Vie". Il sera pourvu de la table des matières suivante:

Formation des systèmes stellaires et planétaires/Conditions d'apparition de la vie

La collection de l'AEIS

Introduction

Table des Matières

Première partie : Formation des systèmes stellaires et planétaires

Présentation

Chapitre I Nucléosynthèse stellaire, *Nicolas Prantzos*

Chapitre II Formation des étoiles de faible masse et des naines brunes, *Patrick Hennebelle*

Chapitre III Scénarios de formation des planètes géantes, leur évolution et leur impact sur la formation des planètes telluriques habitables, *Alessandro Morbidelli*

Chapitre IV Du système solaire aux systèmes planétaires, *Thérèse Encrenaz*

Chapitre V L'eau et la Lune, *Francis Albarède*

Deuxième partie : Les briques de la vie primitive et les environnements planétaires

Présentation

Chapitre VI Astrochimie galactique et l'apparition de la complexité moléculaire organique dans le Milieu Interstellaire, *Louis Le Sergeant d'Hendecourt*

Chapitre VII Modèle de structure moléculaire de la matière organique insoluble isolée de la météorite de Murchison, *Sylvie Derenne*

Chapitre VIII Modélisations chimiques du milieu interstellaire, *Valentine Wakelam*

Chapitre IX La chimie avant la vie, *Raffaele Saladino*

Troisième partie : Transition vers la vie primitive et diversité

Présentation

Chapitre X H₂O : première molécule de la Vie, *Giuseppe Zaccai*

Chapitre XI Premières traces et diversification de la vie, *Emmanuelle Javaux*

Chapitre XII Les organismes vivants extrêmophiles, *Pierre Nabet*

Chapitre XIII Morphogénèse et Embryogénèse, *Martine Ben Amar*

Chapitre XIV À propos de génération moléculaire spontanée, *Ernesto Di Mauro*

Quatrième partie: Recherche spatiale et Signatures extraterrestres

Présentation

Chapitre XV La recherche de la vie dans l'univers, *Thérèse Encrenaz*

Chapitre XVI Planétologie Galactique, *Giovanna Tinetti*

Chapitre XVII 1986-2014, L'exploration des comètes, renouveau du questionnement sur la diversité des Mondes, *Jean-Pierre Bibring et Jean-Pierre Treuil*

Épilogue

Glossaire

Appendices

Remerciements

Présentation de l'AEIS

Quatrième de couverture

Par ailleurs, cet ouvrage ne sera pas un simple recueil d'actes du colloque. Il sera pourvu d'une introduction et d'une conclusion générale avec des textes passerelles entre les contributions des conférenciers et d'une réflexion sur les manques, les avancées et les orientations futures du domaine.

En dehors des conférences présentées au colloque AEIS-2014 seront ajoutés deux articles:

- Un article de Jean Pierre TREUIL relatif à la présentation à l'AEIS de Jean-Pierre BIBRING des derniers acquis de Philae-Rosetta
- un article de Thérèse ENCRENAZ relatif à la recherche de la vie dans l'Univers.

Ceci a nécessité la mise en place d'un comité de lecture (CL) dont font partie: Gilbert BELAUBRE, Ernesto DI MAURO, Pierre NABET et Jean SCHMETS avec comme conseiller Robert FRANCK et comme coordinateur Victor MASTRANGELO.

2. L'éditeur retenu est EDP-Sciences avec la collaboration de l'INIST-CNRS Nancy en tant que prestataire de services.

Pour un montant de 2500€HT EDP Sciences nous fournirait 100 ouvrages papier en noir et blanc de 300 pages avec un mise en ligne de l'ouvrage. Le format est du 16*24 cm. Pour ce faire, nous devons fournir des documents définitifs en pdf couleur de haute résolution. Si le nombre de pages dépasse les 300 pages, il nous suffirait de diminuer en proportion le nombre d'exemplaires papier puisque 2500€ est la somme maximale dédiée par l'AEIS à l'édition.

Les documents word collectés ont été transformés en Pdf , paginés et numérotés. L'introduction a déjà été soumise aux auteurs. La signature du contrat avec l'INIST ainsi que la validation de la maquette devraient avoir lieu avant le 30 octobre 2015, la validation de la couverture quelques semaines plus tard. L'INIST prévoit une réalisation définitive pour fin mars 2016. L'inconvénient principal de ce calendrier est que cela ne nous permettra pas de proposer l'ouvrage papier lors de notre prochain colloque de février 2016.

Par ailleurs, EDP-Sciences réclame des justificatifs de droits d'auteur (copyright) à signer par chacun des conférenciers. Environ la moitié des conférenciers ont signé le copyright. Les autres ont fait l'objet d'une relance.

4) Commission scientifique interne / Préparation du prochain colloque " Ondes, Matières et Univers"

En ce qui concerne notre prochain colloque « Ondes, Matières et Univers », la préparation de celui-ci se poursuit activement. Une commission scientifique interne a été mise en place pour faire une ébauche du programme. La première réunion de ce comité a eu lieu le 4 octobre 2013 c'est-à-dire bien avant la date de notre dernier colloque du mois de février 2014 « Formation des systèmes stellaires et planétaires. Conditions d'apparition de la vie » .

Des contributions significatives ont été apportées par nos collègues Gilbert BELAUBRE, Gilles COHEN-TANNOUJJI, Alain CORDIER ,Claude ELBAZ, Michel GONDRAN et Pierre NABET . Le rapporteur de cette commission est notre collègue Gilbert BELAUBRE.

Le colloque se tiendra à l'**Institut Henri Poincaré les jeudi 11 et vendredi 12 février 2016**. Il comportera quatre sessions une table ronde et une session Posters

Session I : La relativité et les ondes de l'univers

Session II : La dualité ondes/corpuscules de la physique quantique

Session III : Ondes, matières et quantification

Session IV : Perspectives en Biophysique

La table ronde aura pour thème « Une nouvelle révolution scientifique à l'horizon »

A ce jour nous avons consacré de nombreuses séances à la préparation de ce colloque et avons entendu les conférenciers/collègues suivants:

03/02/14	Pr Jean-Philippe GRIVET Prof émérite université d'Orléans, Directeur de recherche CNRS en Biophysique moléculaire, <i>"Etude des micro-organismes en spectroscopie RMN"</i>
03/03/14	François BOUCHET Directeur de recherche Institut d'Astrophysique de Paris <i>"Premiers résultats cosmologiques du satellite Planck"</i>
07/04/14	Gilles COHEN-TANNOUJJI (AEIS) <i>"Gravitation quantique et complémentarité généralisée"</i>
05/05/14	Marc LACHIEZE REY Directeur de Recherche CNRS <i>"Du temps à l'espace-temps"</i>
02/06/14	Christophe SALOMON Directeur de Recherche CNRS <i>"La mesure du temps et les tests de la relativité"</i>
01/09/14	Noël DIMARCQ Directeur de Recherche CNRS (SYRTE) <i>"Interférométrie atomique et mesures de précision"</i>
06/10/14	Luc BLANCHET Directeur de Recherche CNRS (IAP) <i>"Le rayonnement gravitationnel"</i>
01/12/14	Pr Patrice HELLO Université Paris Sud <i>"Une nouvelle fenêtre sur l'univers"</i>
02/02/15	Pr ZINN-JUSTIN Jean Académie des Sciences/Membre de l'Institut <i>"De la nature du vide: de Galilée à l'énergie noire"</i>

13/04/15	SPEZIALE Simone Centre de Physique Théorique /Université de Méditerranée Marseille <i>"Gravité quantique à boucles: des atomes d'espace aux trous noirs"</i>
04/05/15	Franck LALOE DR LKB ENS La mécanique quantique: historique, interprétations.
01/06/15	Pr Jean BRICMONT Université Catho LOUVAIN <i>"Peut-on comprendre la Mécanique quantique"</i>
07/09/15	Pr Dominique LAMBERT Université de Namur <i>" La plasticité comme thème central de la biologie théorique "</i>

Les conférenciers suivants sont encore prévus avant le colloque:

07/12/15	Pr Jean-Philippe UZAN IAP
11/01/16	Pr Rienk VAN GRONDELLE Université d'Amsterdam

Lors de la réunion du 01/06/2015, une première version officielle du programme du colloque a été élaborée:

SESSION 1 Relativité, Ondes de l'Univers

Modérateurs : Claude ELBAZ /Jean SCHMETS

Conférenciers retenus:

- Christophe SALOMON (ENS)
- François BOUCHET (IAP)
- Jean-Philippe UZAN (IHP, IAP)
- Patrice HELLO (LAL-Orsay)

SESSION 2 Dualité Ondes/Corpuscules de la Physique quantique

Modérateur: Alain CORDIER (AEIS)

Conférenciers retenus:

- Jean DALIBARD (ENS, Collège de France)
- Serge HAROCHE (ENS, Collège de France)
- Jean ZINN-JUSTIN (IRFU-CEA Saclay)
- Franck LALOE (ENS)

SESSION 3: Ondes , matière et quantification

Modérateurs: Michel GONDRAN/Jean-Pierre FRANÇOISE (AEIS)

Conférenciers retenus:

- Gabriele VENEZIANO (CERN, Collège de France)
- Simone SPEZIALE (CPT/CNRS-Marseille)
- Luc BLANCHET (IAP)
- Jean BRICMONT (U de Louvain)

SESSION 4 *Perspectives en Biophysique*

Modérateur: Pierre NABET (AEIS)

Conférenciers retenus :

- Dominique LAMBERT (U. de Namur)
- Rienk Van GRONDELLE (U.Amsterdam)

Table Ronde : sujet: *une nouvelle révolution scientifique à l'horizon?*

Animée par : Gilles COHEN-TANNOUDJI (AEIS)

- Alain ASPECT (IOP) → 2^{de} révolution quantique
- Claude COHEN-TANNOUDJI (ENS) → (Mécanique quantique)
- Michel SERRES (Académie française)
- Françoise BALIBAR (ENS) (relativité générale)
- Dominique LAMBERT → (Biologie et plasticité)

Gilles COHEN-TANNOUDJI propose que Françoise BALIBAR spécialiste de la théorie de la Relativité et co-auteur avec Jean-Marc LEVY-LEBLOND d'un ouvrage de mécanique quantique "Qu'est-ce que la matière», fasse deux interventions, l'une lors de l'ouverture du colloque et la seconde lors de la table ronde présentant les perspectives. Il suggère qu'on lui propose la Présidence du colloque.

Par ailleurs, les créations suivantes de comités spécifiques pour cette manifestation ont été décidées:

1. comité scientifique du colloque

a. Membres de l'AEIS proposés pour le comité scientifique du colloque

- Gilles COHEN-TANNOUDJI
- Michel GONDRAN
- Victor MASTRANGELO
- Jean SCHMETS

b. Personnalités extérieures proposées pour le Comité scientifique de ce colloque;

- Alain ASPECT
- Claude COHEN-TANNOUDJI
- Jean DALIBARD
- Serge HAROCHE
- Gabriele VENEZIANO

2. Comité d'Organisation

- Gilbert BELAUBRE
- Alain CORDIER
- Françoise DUTHEIL
- Claude ELBAZ
- Jean-Pierre FRANÇOISE
- Michel GONDRAN
- Irène HERPE-LITWIN
- Victor MASTRANGELO
- Jean SCHMETS
- Jean-Pierre TREUIL

3. Organisation de la session POSTERS

La session POSTERS pourrait comporter environ 20 posters. La date limite de dépôt de demande de poster serait le 1er décembre 2015.

Elle sera prise en charge par Michel GONDRAN et Jean-Pierre TREUIL

4. Ouverture programmée du site dédié à ce colloque:

<http://aeis-2016.sciencesconf.org/> , Webmestre Alain Cordier;

Des recherches de financement pour nos différentes activités sont en cours auprès des organismes suivants: Mairie de Paris, Région Ile de France, Fondation Roi Baudouin/Fonds Ernest Solvay, Fondation de France/Fonds Daniel Iagolnitzer, CEA/Direction des Sciences de la Matière, Agence Universitaire de la Francophonie. De vifs remerciements sont adressés aux collègues qui s'impliquent fortement dans ces démarches : Gilbert BELAUBRE, Gilles COHEN-TANNOUDJI, Jean SCHMETS, Claude ELBAZ, Michel GONDRAN et Jean-Louis BOBIN.

1) *Création d'une commission de rédaction des comptes-rendus des séances*

Lors de notre précédente AG2013-2014 avait été déjà évoqué le problème de la rédaction de comptes-rendus de conférences dans des domaines scientifiques pointus. Ceci avait conduit à l'idée de formation d'un groupe "AEIS-Forum". Notre collègue Jean-Pierre TREUIL s'y est beaucoup impliqué avec l'aide de notre collègue Michel GONDRAN et d'autres collègues. De l'expérience passée il résultait que pour chaque séance, un binôme de collègues devait être impliqué. Ce binôme était censé disposer, en plus de ses notes, d'un enregistrement sonore et si possible des diapositives du conférencier permettant aux deux rédacteurs de confronter leurs saisies via le site google-docs . Avant publication sur le site science-inter.com de l'AEIS, le compte-rendu devait ensuite être soumis à une relecture définitive par Jean-Pierre TREUIL et quelques membres de la commission.

En dehors de nos collègues Jean-Pierre TREUIL et Michel GONDRAN avaient été retenus comme autres membres possibles de cette commission: Jean-Pierre BESSIS, Jean Louis BOBIN, Gilles COHEN-TANNOUDJI, Alain CORDIER , Françoise DUTHEIL, Claude ELBAZ, Vincent FLEURY, Jean-Pierre FRANÇOISE, Edith PERRIER et peut-être d'autres collègues.

Après un an d'expérience, notre collègue Jean-Pierre TREUIL nous a fait part de son bilan de fonctionnement du groupe "AEIS-Forum". Voici le résumé de son rapport:

Deux objectifs existaient pour le groupe à savoir:

- 1- créer plus d'interactivité entre les membres de l'AEIS
- 2 - générer une rédaction collaborative des comptes-rendus.

Aucun des objectifs n'ayant été vraiment atteint, il analyse les causes de ces échecs et les solutions éventuelles. Dans le premier cas il invoque un certain manque d'intérêt et une difficulté d'utilisation des moyens techniques mis à disposition. Il s'interroge donc sur la nécessité du groupe pour la réalisation du second objectif qui serait l'essentiel du projet.

La réalisation du second objectif repose techniquement sur l'utilisation du logiciel Google-docs qui permet une rédaction partagée à un certain nombre de membres autorisés après inscription sur Google-drive. Ceci nécessite néanmoins la mise en d'une commission « Synthèses scientifiques » Cette dernière désignerait le binôme en charge de la rédaction du compte-rendu avec (1) un rédacteur principal qui, seul, posséderait les diapositives éventuelles et l'enregistrement vocal et (2) un relecteur qui donnerait son avis

via Google docs sur le texte présenté (Ceci éviterait entre autres la réécriture d'un texte complet par le "relecteur" !). Cela permettrait des synthèses avec une "valeur ajoutée" basée sur une transcription "organisée", portant la marque d'une réappropriation par son auteur basée sur les apports suivants: des références, de brefs compléments éclairant tel ou tel point, voire des réflexions personnelles - *bien sûr, soulignées comme telles pour ne pas engager le conférencier* -.

Il faudrait donc créer une commission "rédaction des comptes-rendus" ou « Synthèses scientifiques ». Ce d'autant que nos bulletins sont mis en ligne sur notre site internet et sont donc accessibles à tous et que nos séminaires/conférences sont annoncés – grâce à l'action de notre collègue Jean Schmets– sur le serveur Cordis de la Commission Européenne.

Soumis au vote des Collègues présents et représentés, les rapports sont adoptés à l'unanimité des votants ou représentés

Rapport financier

Notre Trésorier nous présente la situation financière au 31 octobre 2015 (*voir ci-dessous*). Compte tenu de l'expérience relatives aux dépenses en rapport l'organisation des colloques, les demandes de subvention doivent être largement anticipées pour financer autant les déplacements des intervenants que les traductions. **Ces quelques remarques ayant été faites, le rapport financier ayant été soumis au vote, est adopté à l'unanimité des présents.**

**ACADEMIE EUROPEENNE INTERDISCIPLINAIRE
DES SCIENCES.**

Situation financière au 9 novembre 2015

Le SOLDE au 31 octobre 2014 était de **5 773,46 euros**

Le SOLDE au 9 novembre 2015 est de **7 931,89 euros**

Crédits 2014 :

Solde 2014		5 773,46
Cotisations 2015 :		3150
Paris :	2400	
Nancy :	750	
Pré achat ouvrage colloque 2014		814
Total Crédits 2014 :		9 737,46 euros

Dépenses 2015 :

Remboursements dépenses conférenciers:		430,50
Site internet :		114,70
Ouvrage colloque 2014		887,54
Achat matériels		370,33
Frais banque (17,50-15)		2,50
Total Dépenses 2014 :		1 805,57 euros

SOLDE au 9 novembre 2015

7 931,89 euros

La Secrétaire générale



J. HERPÉ

Le Trésorier général



C. ELBAZ

Le Président



V. MASTRANGELO

III. Election du nouveau bureau

Se présentent comme candidats au titre de l'année 2015-2016

Fonction	Candidat
Président	Victor MASTRANGELO
Vice-Président	Jean-Pierre FRANÇOISE
Secrétaire générale	Irène HERPE-LITWIN
Trésorier général Trésorier général adjoint	Edith PERRIER
<i>Conseillers spéciaux</i>	
Édition	Robert FRANCK
Relations européennes	Jean SCHMETS
Relations avec AX	Gilbert BELAUBRE
Ville de Paris et région IDF	Michel GONDRAN
Moyens Multimédias et Universités	Alain CORDIER
Recrutements	Jean-Pierre FRANÇOISE
Synthèses scientifiques	Jean-Pierre TREUIL

Se présentent comme Conseillers scientifiques au titre de l'année 2015-2016

Disciplines	Candidats
Sciences de la Matière	Gilles COHEN-TANNOUDJI
Sciences de la Vie-Biotechnologies	Ernesto Di MAURO

Se présentent comme membres consultatifs au titre de l'année 2015-2016

Membres consultatifs du Conseil d'Administration	Candidats
	Gilbert BELAUBRE François BEGON Bruno BLONDEL Michel GONDRAN

L'ensemble des candidatures est adopté à l'unanimité des présents et représentés.

Présidents de section élus (appartenant statutairement au bureau)

Section	Élu
Nancy-Luxembourg	Pierre NABET

IV. RÉOLUTIONS: Concernant le futur de notre association les résolutions suivantes seront abordées et feront l'objet de votes à savoir:

Résolution n° 1 : changement d'adresse

L'Assemblée Générale donne pouvoir au président de *transférer le siège de l'AEIS du 54, Bd Raspail, 75006 Paris au 5, rue Descartes, 75005 Paris* .

Résolution n°2: membres titulaires et correspondants

L'assemblée Générale décide *d'ouvrir le recrutement de l'AEIS à des « membres correspondants »* ;

Les membres titulaires de l'AEIS :

- sont cooptés sur présentation de CV et de lettres de motivation.
- leur admission se fait sur vote à la majorité simple des membres de l'Académie.
- ils s'engagent à participer activement à la vie de l'AEIS
- ils sont astreints au paiement d'une cotisation annuelle spécifique fixée par l'Assemblée Générale.

Les membres correspondants:

- présentent leur candidature en précisant leur niveau scientifique, éventuellement leur parcours universitaire (universités, grandes écoles et grands organismes de recherche nationaux et internationaux) et leurs parcours d'enseignants (lycées et classes préparatoires aux grandes écoles).
- ils sont admis sur décision du Bureau de l'AEIS.
- ils ont accès à toutes les informations concernant les activités de l'AEIS et ont une priorité dans les inscriptions aux événements organisés par l'AEIS ou ceux auxquels l'AEIS est associée.
- ils peuvent, sur demande formulée auprès du secrétariat Général de l'AEIS, assister à des séances de travail.
- ils sont astreints au paiement de la cotisation fixée par l'Assemblée Générale .

Résolution n°3: création d'un haut comité scientifique

L'Assemblée Générale décide la création d'un « *Haut Comité Scientifique* » comprenant des personnalités de premier plan scientifique international susceptibles de favoriser l'accès de l'AEIS à une reconnaissance publique et universitaire et à une notoriété internationale.

Ce Haut comité scientifique comportera, en principe, une vingtaine de membres.

Il sera présenté dans les publications papier et électronique de l'AEIS.

Résolution n°4: création d'un haut comité de parrainage

L'Assemblée Générale décide la formation d'un « *Haut Comité de Parrainage* » *formé de personnalités issues des milieux politiques, culturels, artistiques, littéraires et industriels*. Le but poursuivi est d'obtenir, selon les circonstances, des appuis relationnels ou financiers.

Le choix de ces personnalités peut être proposée par les Membres, mais il appartient au bureau de l'Académie d'instruire le dossier d'admission.

Il n'est pas fixé de limite au nombre des membres du « « Haut Comité de Parrainage » dont la liste ne fera pas l'objet d'une publication officielle.

Résolution n°5: vice-présidents européens

Dans la *perspective d'un développement européen affirmé de l'AEIS*, l'Assemblée Générale décide de la nomination, au titre de « vice-présidents » de l'AEIS, de personnalités étrangères déjà membres titulaires et susceptibles de jouer un rôle fondateur dans la création d'associations de droit local dénommées « AEIS » et agissant sur délégation de « Patentes » délivrées par le Bureau de l'AEIS sous la signature du Président en exercice.

La *constitution des sections internationales de l'AEIS* se fera sur la base de la constitution de l'Association française, mais en respectant des règles locales du droit des Associations .

Les sections étrangères seront autonomes dans leur gestion administrative et financière.

Leurs Présidents formeront un comité de coordination dont la réunion incombera au Président de l'AEIS France, mais pourra être sollicitée par l'un de ses membres. Ce « comité des Présidents » coordonnera l'activité des diverses associations nationales et décidera des lieux, dates et modalités des colloques internationaux et interdisciplinaires !

Le Président du « comité des Présidents » sera, en principe, le Président de l'AEIS France .

Dans un colloque international organisé hors de France, les langues officielles seront, la langue locale, le Français et l'Anglais.

Résolution n°6: version anglaise de la dénomination "Académie Européenne Interdisciplinaire des Sciences"

Ce dernier point nous conduirait à adjoindre une dénomination en anglais de l'AEIS, à savoir:
"Interdisciplinary European Academy of Sciences"

Réflexions des membres de l'AEIS:

- Concernant la **résolution n°2** (membres correspondants), il est suggéré de leur demander une cotisation de 40€ au lieu de 60€
- Concernant la **résolution n°3** (Haut comité scientifique externe), notre collègue Claude MAURY suggère que parmi les disciplines de l'AEIS soient représentées les mathématiques, les sciences humaines, et l'épistémologie.
- Concernant la **résolution n° 5** (développement européen confirmé de l'AEIS), notre collègue Jean SCHMETS explique la nécessité d'une dénomination anglophone de notre Académie pour le site cordis ainsi que de versions anglaises de nos travaux qui leur assureraient une large diffusion.. Même si on peut essayer de favoriser la francophonie, l'anglais reste la langue de communication du monde scientifique.
- Par ailleurs il est décidé de nommer deux vices -présidents pour deux pays autres que la France:
 - Jean SCHMETS pour la Belgique
 - Ernesto DI MAURO pour l'Italie

Soumises au vote, ces diverses résolutions ont été acceptées à l'unanimité des votants.

REMERCIEMENTS

Nous tenons à remercier vivement le Président de l'AX, M. Bruno ANGLES, le délégué général M. Bruno VAN PARYS ainsi que les personnels du siège de l'AX 5, rue Descartes pour la qualité de leur accueil.

Après cette très riche séance, notre Président Victor MASTRANGELO déclare la clôture de notre séance d'assemblée générale.

Victor MASTRANGELO



Président de l'AEIS

Irène HERPE-LITWIN



Secrétaire générale AEIS

Notre Président Victor MASTRANGELO procède ensuite à la clôture de cette très riche séance.

Irène HERPE-LITWIN

Documents

Pour préparer sa conférence Jean-Philippe UZAN nous a communiqué:

p.22 : un résumé en français de sa conférence (qui figurait déjà dans la convocation)

p.23: un article publié dans la [[arXiv:1402.4350](https://arxiv.org/abs/1402.4350)] intitulé "*Non-linear relativistic contributions to the weak lensing convergence*" écrit par S. Andrianomena, C. Clarkson, P. Patel, O. Umeh, and J.-P. Uzan, JCAP **1406**, 023 (2014).

Lentilles gravitationnelles faibles : applications en cosmologie

Orateur: Jean-Philippe Uzan

Directeur de Recherche au CNRS

Affiliation: CNRS/Institut d'Astrophysique de Paris & Institut Henri Poincaré

Résumé:

La compréhension de la propagation de la lumière est cruciale en cosmologie. Elle rentre dans la détermination des distances mais aussi dans la structure causale de notre univers. Cet exposé résumera les effets de lentilles gravitationnelles ainsi que certaines applications récentes, qui ont permis de formuler des nouveaux tests de la théorie de la relativité générale et de l'isotropie de l'expansion cosmique. Pour finir, il s'attachera à expliquer un nouveau formalisme visant à décrire l'effet des petites structures et leur importance pour l'interprétation du diagramme de Hubble.

Non-linear relativistic contributions to the cosmological weak-lensing convergence

Sambatra Andrianomena¹, Chris Clarkson¹, Prina Patel^{1,2}, Obinna Umeh^{1,2} and Jean-Philippe Uzan^{3*}

1– *Astrophysics, Cosmology and Gravity Centre, and,
Department of Mathematics and Applied Mathematics,
University of Cape Town, Rondebosch 7701, South Africa*

2– *Physics Department, University of the Western Cape, Cape Town 7535, South Africa*

3– *Institut d’Astrophysique de Paris, UMR-7095 du CNRS,
Université Pierre et Marie Curie, 98 bis bd Arago, 75014 Paris, France,
and, Sorbonne Universités, Institut Lagrange de Paris, 98 bis bd Arago, 75014 Paris, France.*

Relativistic contributions to the dynamics of structure formation come in a variety of forms, and can potentially give corrections to the standard picture on typical scales of 100 Mpc. These corrections cannot be obtained by Newtonian numerical simulations, so it is important to accurately estimate the magnitude of these relativistic effects. Density fluctuations couple to produce a background of gravitational waves, which is larger than any primordial background. A similar interaction produces a much larger spectrum of vector modes which represent the frame-dragging rotation of spacetime. These can change the metric at the percent level in the concordance model at scales below the equality scale. Vector modes modify the lensing of background galaxies by large-scale structure. This gives in principle the exciting possibility of measuring relativistic frame dragging effects on cosmological scales. The effects of the non-linear tensor and vector modes on the cosmic convergence are computed and compared to first-order lensing contributions from density fluctuations, Doppler lensing, and smaller Sachs-Wolfe effects. The lensing from gravitational waves is negligible so we concentrate on the vector modes. We show the relative importance of this for future surveys such as Euclid and SKA. We find that these non-linear effects only marginally affect the overall weak lensing signal so they can safely be neglected in most analyses, though are still much larger than the linear Sachs-Wolfe terms. The second-order vector contribution can dominate the first-order Doppler lensing term at moderate redshifts and are actually more important for survey geometries like the SKA.

I. INTRODUCTION

Relativistic corrections to the standard model of cosmology come in a variety of forms, from the altering the dynamics of structure formation to the various effects associated to the interpretation of observations, in particular modifying the propagation of light.

There has been considerable debate as to the importance and amplitude of these effects on the dynamics of the expansion of the universe and the growth of large scale structure (see, e.g., Ref. [1] for an overview), and the amplitude and importance of these dynamical effects are still actively debated [2–4]. Though subdominant for linear structure formation, relativistic corrections are a generic prediction of General Relativity and are inevitable at a non-linear level through mode-mode coupling. The scalar gravitational potential induces rotational frame-dragging modes in spacetime (so-called vector modes) as well as gravitational waves (tensor modes). Neither of these have counterparts in Newtonian gravity as they both induce a non-zero magnetic Weyl curvature which is absent in Newtonian gravity and difficult to take into account in N-body numerical simulations [5, 6].

They therefore serve as an important tool in understanding purely relativistic aspects of structure formation and its observational consequences, as they set a lower limit on the amplitude of relativistic corrections.

On top of dynamical corrections, relativistic effects also induce corrections to the propagation of light since it probes the complete spacetime geometry. This can alter the interpretation of cosmological observations at a level that cannot be neglected in an era of “precision cosmology”. Provided one works within perturbation theory, the amplitude of these effects is computable and completely fixed once the normalisation of the scalar power spectrum, at the linear level, is determined. For instance, some relativistic effects have been taken into account on the cosmic microwave background [7] and shown to be below the constraints on non-Gaussianity derived by *Planck* [8], but nevertheless in principle detectable on small angular scales, in particular through spectral distortions [9]. This article focuses on the effect of relativistic corrections on weak lensing observations, focusing mainly on the induced vector mode background. Weak gravitational lensing by the large-scale structure of the Universe has now become a major tool of cosmology [10], used to study questions ranging from the distribution of dark matter to tests of general relativity [11].

The propagation of light in an inhomogeneous universe gives rise to both distortion and magnification induced by gravitational lensing. The effect of non-linear corrections on the Hubble diagram have been considered [12–

*Electronic address: andrianomena@gmail.com,
chris.clarkson@gmail.com, prina83@gmail.com,
umeobinna@gmail.com, uzan@iap.fr

15] and shown to be non-negligible given the accuracy of contemporary observations [16–20]. In this article we consider the effect on the weak lensing convergence of non-linear effects that induce the existence of a vector and tensor modes background. We compare this to the various contributions to the convergence at first-order – the usual integral of the density contrast along the line of sight [10], the contribution from the Doppler effect which is dominant at low redshifts and large scales [16, 21, 22], the Integrated Sachs-Wolfe (ISW) and Sachs-Wolfe (SW) terms which are relatively small and mainly neglected when computing cosmic convergence.

The induced background of gravitational waves from scalar-scalar coupling was presented in Ref. [23] during the radiation era, and its present-day spectrum calculated in Ref. [24], with shear lensing effects studied in Ref. [25], all following the pioneering analysis of Ref. [26]. Surprisingly it was found that the induced gravitational wave background is significantly larger than any primordial background (even for a tensor-scalar ratio $r \sim 0.1$) on intermediate scales of ~ 100 Mpc, which is around the equality scale, though of course it is much smaller on small scales. Similarly, the induced vector mode background was presented in Refs. [27, 28], and again a spectrum was found that peaks on 100 Mpc scales. Remarkably, however, it was found that the amplitude of the background of vector modes for the metric potential behaves on small scales with the same scaling as the gravitational potential, with nearly 1% of its amplitude. While both of these induced degrees of freedom have little effect on the dynamics of structure formation (they cannot directly source the density fluctuation as it is a scalar degree of freedom) they can influence the gravitational lensing produced by large-scale structure. Is it significant, and could it be a new way to detect relativistic aspects of structure formation?

The effects of these contributions on weak lensing convergence predictions are computed in order to understand if they can either be detected or, in the worst case, bias the analysis of future weak lensing experiments, such as Euclid or SKA; *i.e.*, if the interpretation of the observation by assuming that the observed convergence corresponds to the convergence sourced by scalar modes only is an accurate enough assumption or whether some of these effects have to be included in the analysis. This article addresses this question and computes the effect of these two non-linear effects on weak lensing observations by considering second order vector and tensor background. We restrict our analysis to the hypothesis that the Born approximation still holds. In principle, one needs also to take into account second order effects on the geodesic deviation equation [29–33], as fully described in Refs. [34, 35]. This effect is however small.

In Section II we describe the vector and gravity waves background induced by the non-linear dynamics and then, in Section III, the computation of the weak lensing power spectra, splitting the effects of the scalar, vector, tensor, Doppler, ISW and SW contributions in order

to compare their magnitude. Since the contribution of the tensor modes remains negligible and both ISW and SW being relatively small, we focus in Section IV on the vector and Doppler contribution, estimating their magnitude in surveys such as Euclid and SKA. Technical details are gathered in Appendices A-F.

II. INDUCED VECTOR AND GRAVITATIONAL WAVE BACKGROUNDS

Let us start by briefly reviewing the vector and gravitational wave backgrounds induced by structure formation. In the standard cosmological framework, the initial conditions set by inflation imposes that at the linear order only scalar perturbations, described in § II A, are significantly sourced. At second order, one cannot neglect the contributions from vector and tensor modes, that are respectively described in § II B and II C.

We shall work in the Poisson (or Newtonian) gauge in which the metric can be expanded as

$$ds^2 = a(\eta)^2 \left[-(1 + 2\Phi)d\eta^2 + 2V_i dx^i d\eta + ((1 - 2\Psi)\gamma_{ij} + h_{ij}) dx^i dx^j \right], \quad (2.1)$$

where a is the scale factor, η the conformal time and γ_{ij} is the spatial metric of the background. Latin indices run from 1 to 3. The scalar, vector and tensor perturbations are respectively described by Φ and Ψ , V_i and h_{ij} where V_i is transverse ($D_i V^i = 0$) and h_{ij} is transverse and traceless ($h^i_i = 0$ and $D_i h^i_j = 0$) where D_i is the covariant derivative associated with γ_{ij} .

A. First order scalar perturbations

At late times, we can neglect the anisotropic stress of matter (mostly described by a pressure-free fluid on cosmological scales) and the spatial curvature (so that we assume that the spatial sections are Euclidean).

It follows that the Einstein equations imply (from the traceless part of the (ij) Einstein equations) $\Phi = \Psi$ (see e.g., Ref. [36] for a derivation of the following equations). The peculiar velocity sourced by first order scalars is given in terms of the potential, from the $(0i)$ component of the Einstein equations, as

$$v_i(\eta, \mathbf{x}) = -\frac{2a}{3\Omega_m H_0^2} \partial_i (\Phi' + \mathcal{H}\Phi) \quad (2.2)$$

where the conformal Hubble rate is defined as $\mathcal{H} = a'/a$, a prime denoting a derivative with respect to η . It is related to the Hubble rate by $\mathcal{H} = aH$. In a Λ CDM model in which the late time dynamics is dominated by a pure cosmological constant and dark matter, it is given by

$$\mathcal{H} = H_0 \sqrt{\frac{\Omega_m}{a} + a^2 \Omega_\Lambda}, \quad (2.3)$$

where Ω_m and Ω_Λ are the matter and cosmological constant density parameters evaluated today.

The matter density contrast δ can be obtained from the relativistic Poisson equation, that derives from the Einstein equations. It involves the scalar component of the peculiar velocity v ($v_i = \partial_i v$)

$$\delta = \frac{2a}{3\Omega_m H_0^2} \Delta \Phi + 3\mathcal{H}v, \quad (2.4)$$

where $\Delta = \nabla^2$ is the 3 dimensional Laplacian. The evolution of the gravitational potential is then obtained from the spatial trace of the Einstein equations, combined with Eq. (2.4), to give

$$\Phi'' + 3\mathcal{H}(1 + c_s^2)\Phi' + [2\mathcal{H}' + \mathcal{H}^2(1 + 3c_s^2)]\Phi - c_s^2 \Delta \Phi = 0,$$

as long as the anisotropic stress can be neglected. c_s^2 is the sound speed. For a pressureless fluid, such as matter on cosmological scales, $c_s^2 = 0$ so that the solution of this equation can be factorized as $\Phi(\eta, \mathbf{x}) = g(\eta)\Phi_i(\mathbf{x})$. $\Phi_i(\mathbf{x})$ (or equivalently $\Phi_i(\mathbf{k})$ in Fourier space) describes the initial conditions. The growth suppression factor $g(\eta)$ is determined from

$$g''(\eta) + 3\mathcal{H}g'(\eta) + a^2 \Lambda g(\eta) = 0, \quad (2.5)$$

where Eq. (2.3) has been used to evaluate the third term. g describes the growth of the gravitational potential after decoupling. In general, one uses the linearity of the perturbation equations to decompose the gravitational potential in terms of a transfer function T as $\Phi(\mathbf{k}, \eta) = T(k, \eta)\Phi_i(\mathbf{k})$ in Fourier space, defining the Fourier modes by

$$\Phi(\mathbf{x}, \eta) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (2.6)$$

It follows that the scalar power spectrum is defined as

$$\langle \Phi(\mathbf{k}, \eta) \Phi^*(\mathbf{k}', \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_\Phi(k, \eta, \eta') \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (2.7)$$

where $\delta^{(3)}$ stands for the Dirac distribution.

The power spectrum today can be related to the initial power spectrum predicted from inflation. Assuming scale invariance (which is a good approximation for our analysis since secondary modes are quite insensitive to the spectral index), the inflationary power spectrum is characterized by its primordial power $\Delta_{\mathcal{R}}^2$, typically of order $\Delta_{\mathcal{R}}^2 \approx 2.41 \times 10^{-9}$ at a scale $k_{\text{CMB}} = 0.002 \text{ Mpc}^{-1}$ [37]. It follows that

$$\mathcal{P}_\Phi(k) = \left(\frac{3\Delta_{\mathcal{R}}}{5g_\infty} \right)^2 g^2(\eta) T^2(k), \quad (2.8)$$

where g_∞ is chosen so that $g(\eta_0) = 1$. In the following, we shall use the transfer function derived in Ref. [38] to model the linear transfer function, and we also use Halofit [39] to estimate nonlinear small scale effects. Due

to non-linear evolution, the growth suppression factor becomes scale dependent as

$$g_{\text{nl}}(\chi, k) = (z + 1) \sqrt{\frac{P_{\text{nl}}(\chi, k)}{P(k)}}. \quad (2.9)$$

We then use this growth suppression factor to account for the non-linearities. Since non-linear evolution occurs at small scales (large k), $g_{\text{nl}}(\chi, k)$ behaves as the linear $g(\chi)$ which is k independent on large scales (k small). $P_{\text{nl}}(\chi, k)$ and $P(k)$ are the non-linear matter power spectrum and today's linear matter power spectrum respectively.

B. Second order vector contribution

At second order, vector modes are sourced from the mode coupling of order 1 scalar modes, $\mathcal{O}(\Phi^2)$. Assuming Euclidean spatial sections, the second order Einstein equations in Newtonian gauge [27, 40] lead to the second order vector contribution

$$V_i = \frac{16a}{3\Omega_m H_0^2} \Delta^{-1} \{ \Delta \Phi \partial_i (\Phi' + \mathcal{H}\Phi) \}^V, \quad (2.10)$$

where V denotes the vector contribution of the part inside the braces. The Fourier transform of the vector perturbation encodes the two orthogonal polarisations and is defined as

$$V_i(\mathbf{x}, \eta) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda=\pm} V_\lambda(\mathbf{k}, \eta) e_i^\lambda(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.11)$$

where the two vectors $\{e^+, e^-\}$ realize an orthonormal basis orthogonal to \mathbf{k} (i.e., $e^\lambda \cdot e^{\lambda'} = \delta^{\lambda\lambda'}$, $e^\lambda \cdot \mathbf{k} = 0$). The power in each polarisation is, thanks to spatial isotropy, the same and is defined in the same way as for the scalars for each polarisation. During the matter dominated era the vector contribution grows as $a^{1/2}$ which is the reason why it is not completely negligible today [27, 28]. Their contribution peaks in power at the equality scale, and has the same spectrum as Φ below this scale, but with $\lesssim 1\%$ of the amplitude [28]. The vector mode power spectrum we shall use in our analysis can be parameterized [28] as

$$\mathcal{P}_V(k, \eta, \eta') = \left(\frac{2\Delta_{\mathcal{R}}}{5g_\infty \sqrt{\Omega_m H_0}} \right)^4 \mathcal{V}(\eta) \mathcal{V}(\eta') k^2 \Pi(k), \quad (2.12)$$

where

$$\mathcal{V}(\eta) = 3a(\eta)g(\eta)[g'(\eta) + \mathcal{H}(\eta)g(\eta)] \quad (2.13)$$

governs the growth of the vector power spectrum, and $\Pi(k)$ is a convolution integral of order unity (see Eq. (C7) of Ref. [28] for its explicit expression). The amplitude of the vectors decays on scales smaller than the equality scale, $k > k_{\text{eq}} \approx 0.073 \Omega_m h^2 \text{ Mpc}^{-1}$, with the same scaling as Φ . Assuming cosmological parameters as

determined by Ref. [37], the power in the vector modes is well approximated by [28]

$$\mathcal{P}_V \approx 6.5 \times 10^{-5} \mathcal{P}_\Phi \text{ for } k \gtrsim k_{\text{silkh}} \approx 0.09 \text{ Mpc}^{-1}, \quad (2.14)$$

so that the amplitude of the metric vector perturbations is nearly 1% that of the metric scalar modes on small scales. In general, for a model without baryons, $\mathcal{P}_V \approx z_{\text{eq}}^{-1} (5.49 \Omega_m h^2 - 0.13)^{2.33} \mathcal{P}_\Phi \sim (\ln k)^2 / k^4$ for $k \gtrsim k_{\text{silkh}} \approx 0.09 \text{ Mpc}^{-1}$. On large scales, \mathcal{P}_V scales like k , with a peak in the spectrum around the equality scale.

Note that these vector degrees of freedom are not associated with the vorticity of the fluid and have no Newtonian counterpart as they induce a non-zero magnetic Weyl curvature. The small-scale behaviour of the second order vector modes can be estimated by replacing the linear transfer function with that given by Halofit (2.9), which is depicted on Fig. 1. This gives a more realistic estimation of the relativistic vector modes on small scales.

C. Second order tensor contribution

The second order tensor modes evolve according to

$$h''_{ij} + 2\mathcal{H}h'_{ij} - \Delta h_{ij} = \Pi_{ij} \quad (2.15)$$

where the effective anisotropic stress arises from the contribution of non-linear scalar modes and is explicitly given by

$$\Pi_{ij} \equiv \left\{ -16\Phi\partial_i\partial_j\Phi - 8\partial_i\Phi\partial_j\Phi + \frac{4}{\mathcal{H}^2\Omega_m} [\mathcal{H}^2\partial_i\Phi\partial_j\Phi + 2\mathcal{H}\partial_i\Phi\partial_j\Phi' + \partial_i\Phi'\partial_j\Phi'] \right\}^{TT} \quad (2.16)$$

where TT denotes a tensor projection [23].

In Fourier space, h_{ij} has 2 independent degrees of freedom that can be decomposed as $+$, \times polarisations as

$$h_{ij}(\mathbf{x}, \eta) = \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{\lambda=+, \times} h_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \varepsilon_{ij}^\lambda(\mathbf{k}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}, \quad (2.17)$$

where ε_{ij}^λ is the polarisation tensor, satisfying $\varepsilon_{ij}^\lambda \delta^{ij} = \varepsilon_{ij}^\lambda k^i k^j = 0$ and $\varepsilon_{ij}^\lambda \varepsilon_{\lambda'}^{ij} = \delta_{\lambda\lambda'}$.

Again, power in each polarization states are identical, thanks to spatial isotropy, and are well approximated by [24–26]

$$\mathcal{P}_h(k, \eta) = \frac{6C\Delta_{\mathcal{R}}^4 g_\infty}{25} \frac{k_* \left[1 - 3 \frac{j_1(k\eta)}{k\eta} \right]}{k \left[1 + 7 \frac{k_*}{k} + 5 \left(\frac{k_*}{k} \right)^2 \right]^3}, \quad (2.18)$$

where $C \sim 0.06$ for a scale-invariant spectrum. j_1 stands for the $\ell = 1$ spherical Bessel function and $k_* = \Omega_m h^2 \text{ Mpc}^{-1}$.

The second order gravitational wave background also peaks in power around the equality scale, and is surprisingly larger than its primordial background on these

scales. The formula presented in Eq. (2.18), from Ref. [26], predicts an excess in power on small scales compared to the more accurate formula of Ref. [24], but is sufficiently accurate for our purposes (see Ref. [25] for a direct comparison).

D. Summary

The previous paragraphs give the expression of the power spectra of the scalar modes (both linear and second order), vector modes and tensor modes. Fig. 1 depicts these different contributions assuming a flat Λ CDM background universe with $\Omega_m h^2 = 0.1326$, $\Omega_b h^2 = 2.263 \times 10^{-2}$ and $h = 0.719$ as derived from the WMAP5 best fit model [37]. We also use the transfer function derived in Ref. [38].

Note that since the amplitudes of vector and tensor modes are small on Mpc scales we do not take into account their non-linear contribution.

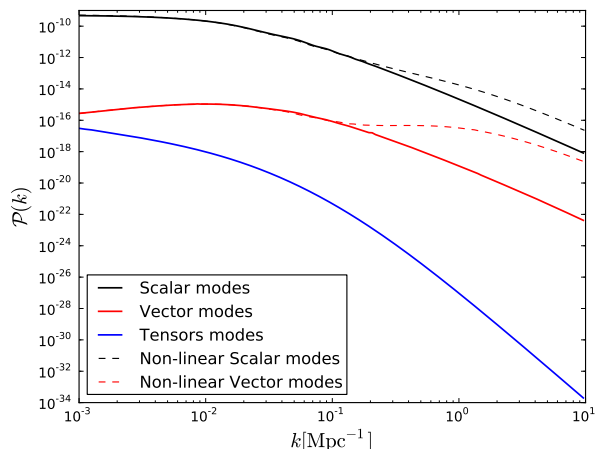


FIG. 1: The power spectra of scalar (black line), vector (red line) and tensor (blue line) as a function of the comoving wavenumber k . Solid curves correspond to spectra computed assuming linear scalar modes at first-order, and the dotted curves include power from small-scale clustering estimated from Halofit.

III. WEAK LENSING CONVERGENCE AND POWER SPECTRA

A. Generalities

In the standard lore, the dominant contribution to weak lensing comes from the deflecting potential ϕ along a line of sight in the direction n^i (see *e.g.*, Refs. [41–44]),

$$\phi = \Phi + \Psi + V_i n^i + h_{ij} n^i n^j, \quad (3.1)$$

which can be decomposed in contributions arising from the scalar-vector-tensor perturbations of the metric as

$$\phi = \phi_s + \phi_v + \phi_T, \quad (3.2)$$

with $\phi_s = \Phi + \Psi$, $\phi_v = V_i n^i$ and $\phi_T = h_{ij} n^i n^j$.

The distortion of the shape of background galaxies is described by the Sachs equation [36, 43, 44] in terms of a Jacobi matrix that can be rescaled, as long as the background spacetime is spatially homogeneous and isotropic [45], to define the amplification matrix \mathcal{A}_{ab} , where the indices refer to the angle coordinates of a unit 2-sphere. At lowest order, it is given by [36, 43–45]

$$\mathcal{A}_{ab} = \delta_{ab} - \nabla_a \nabla_b \psi, \quad (3.3)$$

where the lensing potential ψ is obtained by integrating the deflecting potential on the line of sight as

$$\psi(n^i, \chi) = \int_0^\chi \frac{f_K(\chi - \chi')}{f_K(\chi) f_K(\chi')} \phi[f_K(\chi') n^i, \chi'] d\chi'. \quad (3.4)$$

χ is the radial coordinate and f_K is defined by

$$ds_{(3)}^2 = d\chi^2 + f_K^2(\chi) d\Omega^2, \quad (3.5)$$

so that $f_K(\chi) = \chi$ for a spatially Euclidean universe.

The amplification matrix can be decomposed in term of a convergence κ and a shear (γ_1, γ_2) as

$$\mathcal{A}_{ab} = \begin{pmatrix} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

from which we deduce that

$$\kappa(n^i, \chi) = \frac{1}{2} \nabla_\perp^2 \psi(n^i, \chi), \quad (3.7)$$

where ∇_\perp^2 is the 2-dimensional Laplacian on the unit 2-sphere.

The previous expression (3.7) gives the convergence for a single source located at a radial distance χ , or similarly at a redshift z . However, observations usually deal with the convergence averaged over a source distribution n_s ,

$$\kappa(n^i) = \int_0^\infty n_s(\chi) \kappa(n^i, \chi) d\chi, \quad (3.8)$$

where the upper limit of infinity is taken to mean well beyond the source distribution, or the horizon scale. Note that such an averaging over the source distribution is not mandatory if one has distance information about each bin of sources. Using the fact that $\int_0^\infty d\chi \int_0^\chi d\chi'$ is equivalent to integrate as $\int_0^\infty d\chi' \int_{\chi'}^\infty d\chi$ we obtain, after exchanging χ and χ' , the expression

$$\kappa(n^i) = \frac{1}{2} \nabla_\perp^2 \int_0^\infty \hat{g}(\chi) \phi[f_K(\chi') n^i, \chi'] d\chi \quad (3.9)$$

with

$$\hat{g}(\chi) = \frac{1}{f_K(\chi)} \int_\chi^\infty n_s(\chi') \frac{f_K(\chi' - \chi)}{f_K(\chi')} d\chi'. \quad (3.10)$$

From this, we may also introduce the lensing potential averaged over sources as

$$\psi(n^i) = \int_0^\infty \hat{g}(\chi) \phi[f_K(\chi') n^i, \chi'] d\chi \quad (3.11)$$

in terms of which Eq. (3.9) takes the form

$$\kappa(n^i) = \frac{1}{2} \nabla_\perp^2 \psi(n^i). \quad (3.12)$$

The geodesic bundle propagates in the perturbed spacetime, which induces a correction of the redshift of the source, compared to the background redshift. Correcting the redshift in turn corrects the distance to the source, and so adds to the convergence. This affects only the convergence but not the shear (at linear order). Taking into account this effect induces three extra terms at first-order for the convergence: the Sachs-Wolfe and Integrated Sachs-Wolfe terms and a Doppler lensing term (Refs. [21, 22, 46]). The SW and ISW contributions are

$$\kappa_{\text{sw}}(n^i, \chi) = \left(2 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi}\right) \Phi(n^i, \chi), \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{isw}}(n^i, \chi) &= 2 \left(1 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi}\right) \int_0^\chi d\chi' \Phi'(n^i, \chi') \\ &\quad + \frac{2}{\chi} \int_0^\chi d\chi' \Phi(n^i, \chi'). \end{aligned} \quad (3.14)$$

The Doppler contribution, in a spatially Euclidean background, is

$$\kappa_v(n^i, \chi) = - \left[1 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)}\right] n^i v_i, \quad (3.15)$$

for \mathbf{n} pointing in the direction of observation, and with v_i given by Eq. (2.2). This contribution to the convergence was first identified in [22, 46], and investigated in more detail in [16, 21]. Note that when using these formula, the comoving distance to a source χ should be calculated from the background distance-redshift relation using the observed redshift (and not the unphysical background redshift).

B. Different contributions to the convergence

As discussed in § II, we have 3 contributions to the convergence that arise from the scalar, vector and tensor contributions to Eqs. (3.1-3.2), to which we need to add the two Sachs-Wolfe terms and an important first-order contribution induced by the Doppler effect [22].

It follows that the observed weak lensing convergence has 4 contributions given by:

at first-order

$$\kappa_s(n^i) = \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 \int_0^{\infty} d\chi \hat{g}(\chi) [\Phi(n^i, \chi) + \Psi(n^i, \chi)] \quad (3.16)$$

$$\kappa_v(n^i) = \int_0^{\infty} d\chi n_s(\chi) \left[\frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)} - 1 \right] n_i v^i(n^i, \chi) \quad (3.17)$$

$$\kappa_{\text{sw}}(n^i) = \int_0^{\infty} d\chi n_s(\chi) \left(2 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi} \right) \Phi(n^i, \chi) \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{isw}}(n^i) &= 2 \int_0^{\infty} d\chi \hat{g}_{\text{isw1}}(\chi) \Phi'(n^i, \chi) \quad (3.19) \\ &+ 2 \int_0^{\infty} d\chi \hat{g}_{\text{isw2}}(\chi) \Phi(n^i, \chi), \end{aligned}$$

where

$$\hat{g}_{\text{isw1}} = \left(1 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi} \right) \int_{\chi}^{\infty} d\chi' n_s(\chi')$$

$$\hat{g}_{\text{isw2}} = \frac{1}{\chi} \int_{\chi}^{\infty} d\chi' n_s(\chi')$$

and at second-order

$$\kappa_v(n^i) = \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 \int_0^{\infty} d\chi \hat{g}(\chi) n_i V^i(n^i, \chi), \quad (3.20)$$

$$\kappa_T(n^i) = \frac{1}{2}\nabla_{\perp}^2 \int_0^{\infty} d\chi \hat{g}(\chi) n_i n_j h^{ij}(n^i, \chi). \quad (3.21)$$

Note also that in these expressions, the variables are evaluated along the light cone and considered as function of the radial distance χ and the angular position n^i only. Given a source distribution, the left-hand side are purely function of position on the sky.

C. Expression of the power spectra

Given the previous expressions, one can deduce the angular power spectra of these different contributions to the convergence. To that purpose, we decompose each variable in spherical harmonics. For each contribution, the deflecting potential (3.4) can be expanded as

$$\psi(\mathbf{n}; \chi) = \sum_{\ell m} \psi_{\ell m}(\chi) Y_{\ell m}(\mathbf{n}), \quad (3.22)$$

where \mathbf{n} is the position on the celestial 2-sphere, for a source located at χ . Taking into account spatial isotropy, its angular power spectrum is defined as

$$\langle \psi_{\ell m}(\chi) \psi_{\ell' m'}^*(\chi') \rangle = C_{\ell}^{\psi\psi}(\chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}. \quad (3.23)$$

Given Eq. (3.12), the coefficients of the expansion of the shear are related to the $\psi_{\ell m}$ by

$$\kappa_{\ell m} = -\frac{1}{2}\ell(\ell+1)\psi_{\ell m}, \quad (3.24)$$

which implies that the angular power spectra of the cosmic convergence and deflecting potential are related by

$$C_{\ell}^{\kappa\kappa} = \frac{1}{4}\ell^2(\ell+1)^2 C_{\ell}^{\psi\psi}. \quad (3.25)$$

The power spectra are related to the real space angular correlation function,

$$C^{\psi\psi}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'; \chi, \chi') = \langle \psi(\mathbf{n}, \chi) \psi(\mathbf{n}', \chi') \rangle \quad (3.26)$$

by

$$C^{\psi\psi}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'; \chi, \chi') = \sum_{\ell=0}^{\infty} \frac{2\ell+1}{4\pi} C_{\ell}^{\psi\psi}(\chi, \chi') P_{\ell}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'), \quad (3.27)$$

where P_{ℓ} stands for the Legendre polynomials.

When the integration over the source distribution is included (*i.e.* using the expressions (3.9-3.12)), one obtains similar expressions for the angular power spectra but with an extra integration over the sources distribution so that the dependence in χ disappears.

The derivation of the angular power spectra is detailed in Appendices B, C, D, E and F respectively for the velocity term, ISW term, SW term, the vector and tensor modes.

After integrating over the sources distribution, all power spectra (see Eqs. (A4), (B6), (E15), (F15), (D4), (C5), (C6) and (C7)) can all be written as

$$\begin{aligned} C_{\ell}^{\psi_X \psi_X} &= [A_{\ell}^{(s)}]^2 \int_0^{\infty} \hat{g}(\chi) d\chi \int_0^{\infty} \hat{g}(\chi') d\chi' \\ &\int \frac{dk}{k} \frac{j_{\ell}(k\chi)}{(k\chi)^s} \frac{j_{\ell}(k\chi')}{(k\chi')^s} \mathcal{P}_X(k, \chi, \chi'), \end{aligned} \quad (3.28)$$

with

$$A_{\ell}^{(s)} = \sqrt{\frac{16\pi}{N_s^2 F_s} \frac{(\ell+s)!}{(\ell-s)!}} \quad (3.29)$$

where $X = \{S, V, T\}$, corresponding to $s = 0, 1, 2$. The power spectra of each mode, $\mathcal{P}_S = \mathcal{P}_{\Phi}$ etc., are respectively given by Eqs. (2.7), (2.12) and (2.18) and we have replaced $\eta = \eta_0 - \chi$ by χ since this the integral is evaluated on the past lightcone. The numbers $F_s = (1, 2, 8)$ for $s = (0, 1, 2)$ and $N_s = (1, 2, 2)$ is the number of polarisations of each mode. The Doppler contribution ($X = v$) takes a similar form (see Appendix B) with $A_{\ell}^{(s)} \rightarrow \sqrt{4\pi} A$, $\hat{g}(\chi) \rightarrow F(\chi)$, $j_{\ell}(k\chi)/(k\chi)^s \rightarrow j'_{\ell}(k\chi)$ and $\mathcal{P}_v \rightarrow k^2 \mathcal{P}_{\Phi}$. The two contributions from ISW and SW terms are both similar to the scalars modes with $s = 0$, $F_s = 1$ and $N_s = 1$ except that for SW $A^{(s)} = \sqrt{4\pi}$ whereas that of ISW is the same as the scalar modes (see Appendices C to D).

Each spectrum can be written in terms of a transfer function $T_X(k, \eta)$ which is normalized to unity at early times as

$$\mathcal{P}_X(k, \eta, \eta') = \mathcal{P}_{X,i}(k) T_X(k, \eta) T_X(k, \eta'). \quad (3.30)$$

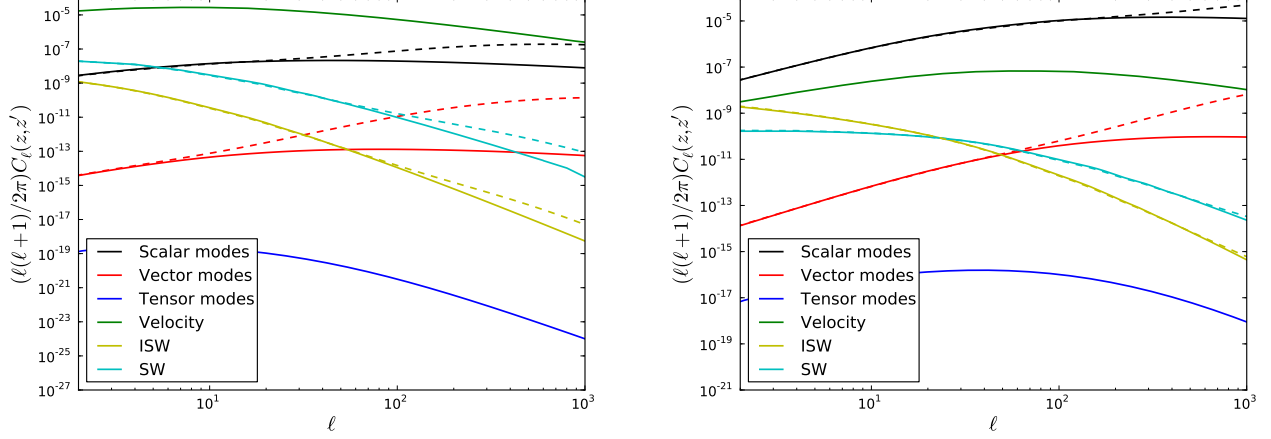


FIG. 2: Lensing angular power spectra of the density contrast (scalars - black line), the Doppler contribution (green), vectors (red line), tensors (blue line), ISW term (yellow line) and SW term (cyan line), $C_\ell^{\kappa\kappa}(z, z')$, at $z = z' = 0.1$ (left) and $z = z' = 1.0$ (right). The dashed lines represent the non-linear evolution. z and z' are the redshifts of the sources on the two lines of sight.

This implies that Eq. (3.28) factors as

$$C_\ell^{\psi_X \psi_X} = \left[A_\ell^{(s)} \right]^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_{X,i}(k) \left[\int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \frac{j_\ell(k\chi)}{(k\chi)^s} T_X(k, \chi) \right]^2. \quad (3.31)$$

Similarly, the convergence angular power spectra, not integrated over the sources distribution, takes the form

$$C_\ell^{\psi_X \psi_X}(\chi_S, \chi'_S) = \left[A_\ell^{(s)} \right]^2 \int_0^{\chi_S} d\chi \frac{f_K(\chi_S - \chi)}{f_K(\chi_S) f_K(\chi)} \int_0^{\chi'_S} d\chi' \frac{f_K(\chi'_S - \chi')}{f_K(\chi'_S) f_K(\chi')} \int_0^\infty \frac{dk}{k} \frac{j_\ell(k\chi)}{(k\chi)^s} \frac{j_\ell(k\chi')}{(k\chi')^s} \mathcal{P}_X(k, \chi, \chi'). \quad (3.32)$$

Since integrating the Bessel function in Eq. (3.31) is computationally expensive and since the sources distribution is slowly varying over long distances, we shall resort to a Limber approximation which is a good approximation as at large ℓ . In such an approximation, $k\chi \simeq (\ell + 1/2)$ so that [47, 48] we have the property

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\infty k^2 dk f(k) j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') = \frac{\delta(\chi - \chi')}{\chi^2} f\left[\frac{\ell + 1/2}{\chi}\right] \quad (3.33)$$

which is accurate to $\mathcal{O}[(\ell + 1/2)^2]$ and is sufficient for our purposes. We then find

$$C_\ell^{\psi_X \psi_X} = \frac{64\pi^2}{N_s (2\ell + 1)^{3+2s}} \frac{(\ell + s)!}{(\ell - s)!} \times \int_0^\infty d\chi \chi \mathcal{P}_{X,i} \left[\frac{2\ell + 1}{2\chi} \right] \hat{g}(\chi)^2 T^2 \left[\frac{2\ell + 1}{2\chi}, \chi \right]. \quad (3.34)$$

IV. WEAK LENSING FROM SECOND-ORDER MODES

The previous expressions allow us to compute numerically the angular power spectra of the 6 contributions to the cosmic convergence in particular to estimate the typical magnitude of the non-linear terms which we compare to the standard term κ_S , the Doppler term κ_v , ISW term κ_{isw} and SW term κ_{sw} , which allows us to discuss whether assuming $\kappa_{\text{observation}} = \kappa_S + \kappa_v$ is a good approximation to interpret the weak lensing observations. Since the two point function can be computed in real space (*i.e.*, the correlation function $C(\theta, z, z')$) or in harmonic space (*i.e.*, the angular power spectrum $C_\ell(z, z')$), we shall use the two representations.

A. Behaviour of the different contributions

We start by comparing in Fig. 2 the different contributions to the lensing angular power spectra without integrating over the sources distribution and assuming that the sources on the sky are located at the same redshift in $z = z' = 0.1$ or $z = z' = 1.0$. We recover that the velocity contribution dominates at low redshift [22] and that the gravity waves contribution is always negligible [25]. The results shown in Fig. 2 also suggest that there is a range in multipoles ℓ ($\ell \geq 50$) where the second order vector modes become more significant than both of the Sachs-Wolfe terms. A similar computation in real space, assuming $z = z' = 0.1$ is depicted in Fig. 3 and Fig. 4.

Focusing on the contribution of the vector modes, Fig. 5 shows how the amplitude of the angular power spectrum $C_{V,\ell}^{\kappa\kappa}(z, z')$ depends on the redshifts of the background galaxies and on the scale, while Fig. 6 shows the similar information in real space, *i.e.*, $C_V^{\kappa\kappa}(\theta, z, z')$.

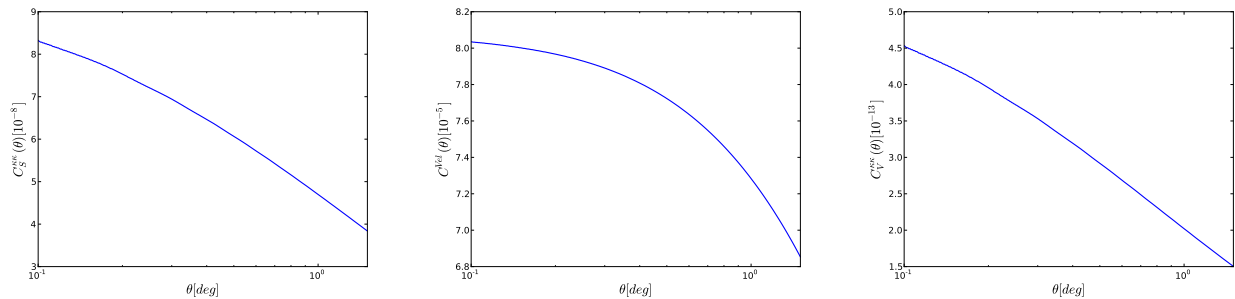


FIG. 3: Real space angular correlation function, $C^{\kappa\kappa}(\theta)$, at $z = z' = 0.1$ for the scalars, Doppler, vectors from left to right. Note that in this regime the Doppler lensing is dominant [21, 22].

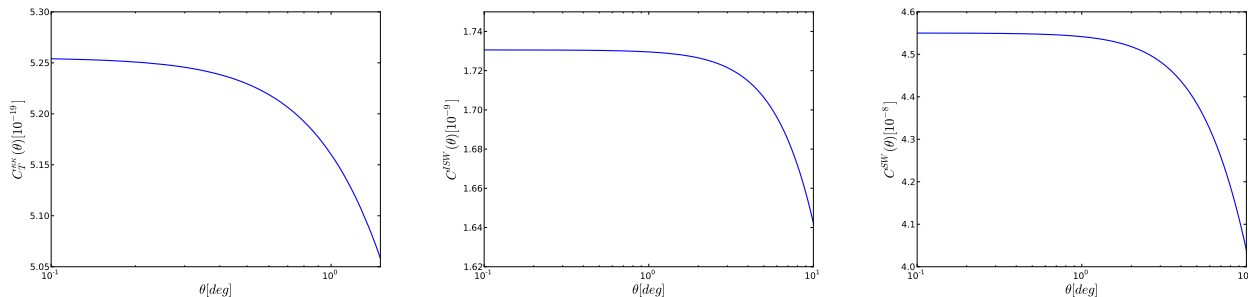


FIG. 4: Real space angular correlation function, $C^{\kappa\kappa}(\theta)$, at $z = z' = 0.1$ for the tensors, ISW and SW from left to right.

Fig. 7 shows the ratio of the vectors to the Doppler term, which shows that at intermediate redshifts the second-order frame dragging effects dominate the linear Doppler lensing.

B. Source distributions

The source distribution depends on the survey and is described through the function $n_{s,\chi}(\chi)$ or an equivalent function $n_{s,z}(z)$ in redshift space, where $n_{s,\chi}(\chi)d\chi = n_{s,z}(z)dz$. These distributions are normalised to unity. This then defines the lensing weight function \hat{g} , as shown in Eq. (3.10).

To start, let us assume that the sources are distributed at a single redshift so that

$$n_s(\chi) = \delta(\chi - \chi_s) \quad (4.1)$$

which implies

$$\hat{g}(\chi) = \frac{\chi_s - \chi}{\chi\chi_s} \Theta(\chi_s - \chi), \quad (4.2)$$

where Θ is the Heaviside distribution. This unrealistic but simple assumption provides a good way to understand the lensing effects as a function of redshift. Fig. 8 depicts the contribution to the lensing spectra for shells with sources located at different redshifts normalised to the scalar contribution. As we can see, the relative contribution from the vector modes is largest at low redshift,

reflecting the fact that vector modes continue to grow at late times. It can also be noticed that second order vector modes completely dominates the Sachs-Wolfe term at small scales (large ℓ). Like the case of the Doppler term, the SW term has a prefactor which tends to zero at $z \simeq 0.7$. This accounts for the large amplitude of the ratio $C_V^{\kappa\kappa}(\ell)/C_\ell^{SW}(\ell)$ at $z = 0.7$.

In order to obtain more realistic orders of magnitude, we consider source distributions similar to the one of the future Euclid and SKA experiments. The normalised Euclid redshift distribution has the form given in Refs. [49–51]:

$$n(z) = Az^2 \exp \left[- \left(\frac{z}{z_0} \right)^\beta \right] \quad (4.3)$$

with $A = 5.792$, $\beta = 1.5$ and $z_0 = 0.64$, which gives a median redshift $z_m \sim 0.9$.

For SKA we make use of the SKA Simulated Skies simulations [52]. These are simulations of the submillimeter radio source population. We use all the extragalactic radio continuum sources in the central 10×10 sq. degrees out to a redshift of $z = 20$. In these simulations, the sources are drawn from either observed or extrapolated luminosity functions and grafted onto an underlying dark matter distribution with biases which reflect their measured large-scale clustering. We then construct a redshift

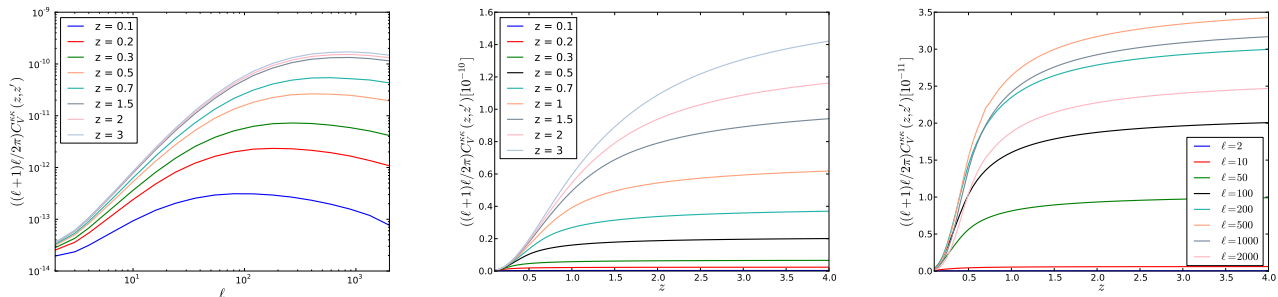


FIG. 5: Angular power spectra of the vectors at different redshifts. (left) as a function of ℓ for $z' = 1$; (middle) as a function of z for different z' for $\ell = 100$ and (right) as a function of z for different multipole ℓ with $z' = 0.1$.

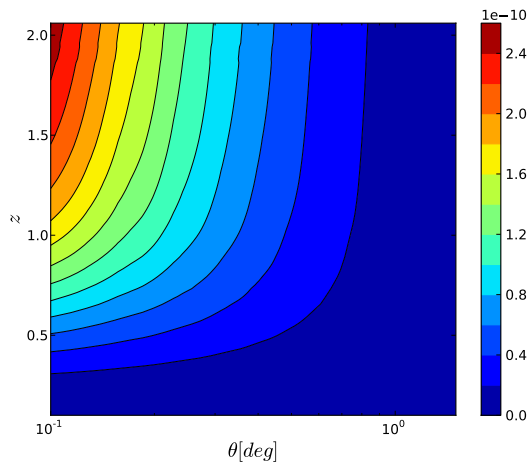


FIG. 6: Amplitude of the angular power spectra of the vectors in real space with $z' = 1$.

distribution that we parameterise as

$$n(z) = A \frac{z^n}{(1+z)^m} \exp \left[-\frac{(a+bz)^2}{(1+z)^2} \right] \quad (4.4)$$

with best fit parameters $a = -1.806, b = 0.388, m = 2.482, n = 0.838$ and $A = 1.610$ and normalise the distribution at $z = 20$, which gives a description accurate to the percent level, which is good enough for our purposes. Note that this redshift distribution represents the very best case scenario since all sources from the simulation have been used in its construction, and no further observational cuts were included.

These source distributions can be used to compute the vector convergence spectrum for both surveys. Fig. 9 compares its amplitude to the standard scalar contribution, showing that it is typically 10^{-5} times smaller. Whereas compared to the Doppler contribution, its amplitude is about 10^2 larger and 10^{-2} smaller on small scales respectively for a SKA-like survey and for a Euclid-like survey – see Fig. 9. Interestingly, the vector contribution is subdominant for Euclid, for which the main correction arises from the Doppler term, while for SKA-

like geometry the vector contribution is typically 1-100 times larger than the Doppler one for $\ell > 500$. On larger angular scales, the Doppler term always dominates – see Fig. 9, where on large angular scales the Doppler term totally prevails over the scalar contribution by about 5 orders of magnitude.

V. CONCLUSIONS

This article has evaluated the amplitude of relativistic contributions to the weak lensing power spectra. We have considered the gravitational wave and vector mode backgrounds which are sourced at second-order by density perturbations. The amplitude of these backgrounds are completely fixed once the normalisation of the scalar power spectrum in the linear regime is determined. As these are purely relativistic degrees of freedom they set the lower limit for all relativistic effects on cosmological modelling. While the gravitational wave background is very small in relation to the scalars, the vectors, which represent frame dragging in the metric, give corrections to the metric at nearly the percent level. The effect of these contributions on weak lensing convergence predictions have been computed in order to understand if they can either be detected, or bias the analysis of future weak lensing experiments, such as Euclid or SKA. We have compared them to the usual gravitational lensing contribution, the two Sachs-Wolfe contributions as well as the Doppler lensing contribution [21].

First, we have shown that even though the non-linear tensor mode background dominates over any possible primordial gravitational wave contribution, its effect on weak lensing is completely negligible, by 10 to 12 order of magnitudes (see Figs. 2 and 8).

Then, we have shown that the vector contribution to the convergence, while small, can dominate over the Doppler lensing at high redshift – but there it is swamped by gravitational lensing by density perturbations. We have shown this both for point sources and for two survey geometries. The vectors are actually more important than the Doppler term for SKA-like source distributions on small scales, but not for a Euclid like survey. For both

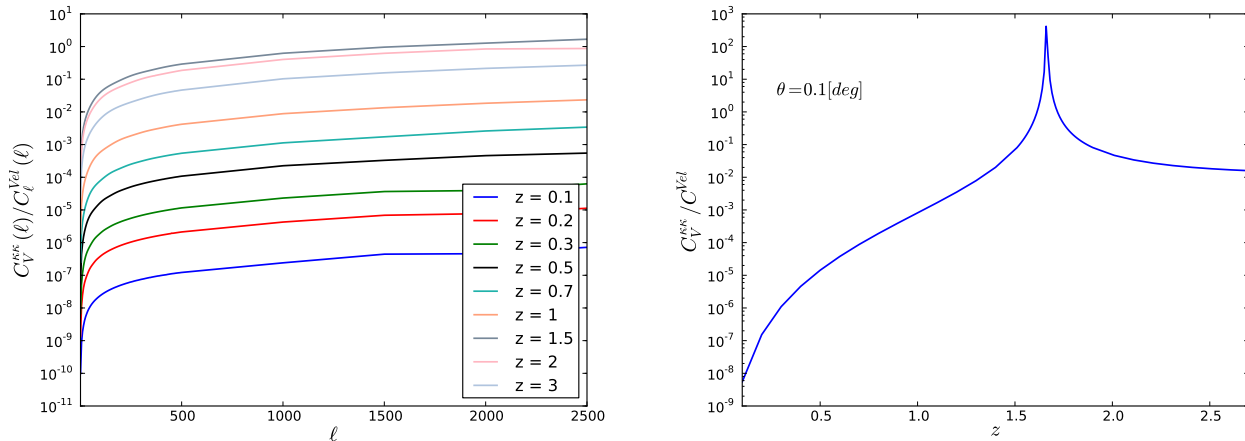


FIG. 7: (left) : Ratio between the convergence from the vector mode background to the Doppler convergence C_ℓ^{Vel} . At moderate redshifts the second-order vectors are larger than the first-order contribution from the Doppler convergence. (right) : Ratio of the two correlation functions (vector modes and the velocity) C_V^{KS}/C^{Vel} as a function of z ($z = z'$) where $\theta = 0.1$ degree.

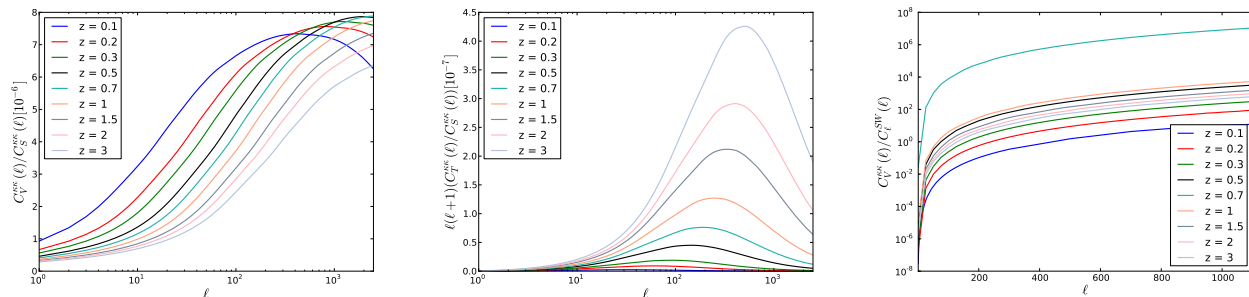


FIG. 8: The convergence contributions from the vector mode background (left), gravitational wave background (middle) which are both relative to the scalar contribution and the vector modes contribution relative to the Sachs-Wolfe term (right). There are all plotted for the same source distributions at single redshifts, using the distribution (4.2).

of these surveys the vectors only reach about $10^{-3}\%$ that of the normal gravitational lensing contribution, and so can be safely neglected. Nevertheless, it is interesting that the vector contribution can be as important as some linear terms.

We have also recovered that although the frame dragging effect is small, it becomes more important than both ISW and SW above $\ell \geq 50$. This comes to corroborate the fact that for observations, neglecting the 2 first order Sachs-Wolfe terms is a good approximation.

In this analysis, the non-linear effects of the metric perturbations have been described at second order while weak lensing was described assuming that the Born approximation still holds. In principle, one needs also to take into account second order effects on the geodesic deviation equation [29–33], as fully described in Refs. [34, 35].

There are a huge variety of second-order effects which come into the convergence. We have only considered two

contributions which arise from non-linear dynamical effects which happen as structure forms. Many contributions appear when calculating the lensing convergence itself [13–15], and these also need to be analysed in a similar manner to that presented here to determine whether relativistic effects are important for future observations of magnification.

Acknowledgements

SA, PP and OU are funded by the South African Square Kilometre Array Project. CC acknowledges funding from the NRF (South Africa). This work made in the ILP LABEX (under reference ANR-10-LABX-63) was supported by French state funds managed by the ANR within the Investissements d’Avenir programme under reference ANR-11-IDEX-0004-02. JPU thanks the University of Cape Town for hospitality during the late

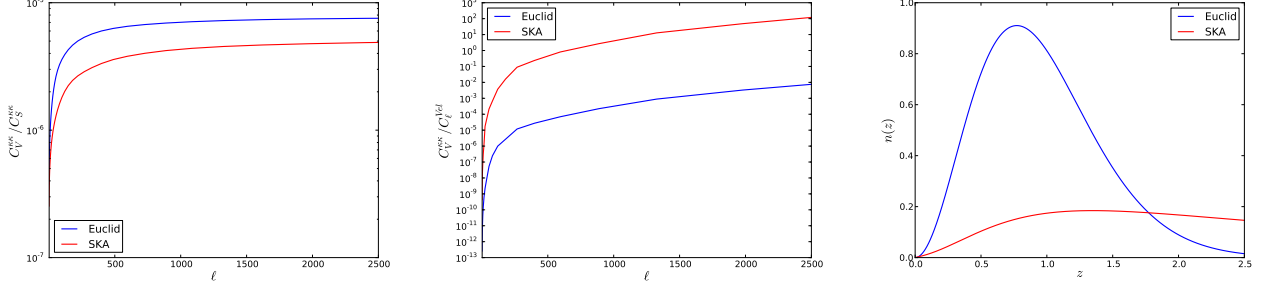


FIG. 9: Ratio between the angular power spectra of the vectors $C_V^{K\kappa}$ to scalars $C_S^{K\kappa}$ (left) and to the doppler term $C_\ell^{V\ell}$ (middle left) and finally the ratio between the doppler term and scalars as a function of multipole ℓ for two surveys, blue line (Euclid-like), red line (SKA-like). The survey geometries are shown right.

stages of this project and Yannick Mellier for discussions.

Appendix A: Angular power spectrum of the scalar modes

We follow the standard description of weak lensing in a full sky analysis, following e.g, Refs. [36, 43, 44] and refer to Refs. [45, 53] for more recent developments of the formalism.

Taking into account that one can neglect the anisotropic stress, the deflecting potential integrated over the line of sight (3.9) reduces to

$$\psi(\mathbf{n}) = 2 \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \Phi[\mathbf{x}(\mathbf{n}), \eta], \quad (\text{A1})$$

where \hat{g} is defined in Eq. (3.10). By inserting the Fourier decomposition Eq. (2.6) and expanding the exponential in spherical harmonics as

$$\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) = 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(kx) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{x}}), \quad (\text{A2})$$

where the j_ℓ are the spherical Bessel functions, the components $\psi_{\ell m}$ are given by

$$\psi_{\ell m} = \frac{4i^\ell}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty d\chi \int d^3\mathbf{k} \hat{g}(\chi) j_\ell(k\chi) \Phi(\mathbf{k}, \chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}), \quad (\text{A3})$$

where we have replaced $\eta = \eta_0 - \chi$ by χ since the integral is evaluated on the past lightcone. It follows that

$$\langle \psi_{\ell m} \psi_{\ell' m'}^* \rangle = 16\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} \hat{g}(\chi) \hat{g}(\chi') j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}, \quad (\text{A4})$$

using Eq. (2.7), integrating over \mathbf{k}' , then decomposing $d^3\mathbf{k} = k^2 dk d^2\hat{\mathbf{k}}$ and integrating the product of spherical harmonics over $\hat{\mathbf{k}}$ to get the term $\delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}$. The expressions for the scalar C_ℓ 's in the text follow directly.

Appendix B: Angular power spectrum of the Doppler term

Starting from the expression (3.20) for the convergence associated to the Doppler effect in which v_i is given by Eq. (2.2), and using the decomposition of the gravitational potential described in § II A, one obtains that

$$v_i = -\frac{2a(\eta)}{3\Omega_m H_0^2} [g(\eta)' + \mathcal{H}g(\eta)] \partial_i \Phi. \quad (\text{B1})$$

Decomposing the gravitational potential in Fourier mode as in Eq. (2.6), with the definition of its power spectrum given in Eq. (2.7), one gets

$$\kappa(\mathbf{n}) = A \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) a(\chi) \left(1 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)}\right) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) n^i \partial_i (e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}}) \quad (\text{B2})$$

where the coefficient A is given by

$$A = \frac{2}{3\Omega_m H_0^2}.$$

Now, using that

$$n^i \partial_i (\exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x})) = 4\pi \sum_{\ell m} i^\ell k j'_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\mathbf{n}), \quad (\text{B3})$$

with a prime on the spherical Bessel function denoting the derivative with respect to its argument, Eq. (B2) becomes

$$\kappa(\mathbf{n}) = 4\pi A \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) a(\chi) \left(1 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)}\right) \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) \sum_{\ell m} i^\ell k j'_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \quad (\text{B4})$$

from which we can extract the components

$$\kappa_{\ell m} = 4\pi A \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) a(\chi) \left(1 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)}\right) \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) i^\ell k j'_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}). \quad (\text{B5})$$

Its correlator is then given by

$$\langle \kappa_{\ell m} \kappa_{\ell' m'}^* \rangle = 4\pi A^2 \int_0^\infty d\chi F(\chi) j'_\ell(k\chi) \int_0^\infty d\chi' F(\chi') j'_{\ell'}(k\chi') \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_v(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (\text{B6})$$

with

$$\mathcal{P}_v(k, \chi, \chi') \equiv k^2 \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \quad (\text{B7})$$

and where

$$F(\chi) \equiv n_s(\chi) a(\chi) \left(1 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)}\right). \quad (\text{B8})$$

We finally get the formula of the angular power spectrum convergence associated to the Doppler contribution as

$$C_\ell^v = 4\pi A^2 \int_0^\infty d\chi F(\chi) \int_0^\infty d\chi' F(\chi') \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_v(k, \chi, \chi') j'_\ell(k\chi) j'_{\ell'}(k\chi'). \quad (\text{B9})$$

Since $\mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') = \mathcal{P}_{\Phi_i}(k) \tilde{T}(k, \chi) \tilde{T}(k, \chi')$ with

$$\tilde{T}(k, \chi) = T(k) [g'(\chi) + \mathcal{H}g(\chi)]$$

the angular spectrum reduces to

$$C_\ell^v = 4\pi A^2 \int_0^\infty \frac{dk}{k} \mathcal{P}_{v_i}(k) \left[\int_0^\infty d\chi F(\chi) j'_\ell(k\chi) \tilde{T}(k, \chi) \right]^2. \quad (\text{B10})$$

Appendix C: Angular power spectrum of the Integrated Sachs-Wolfe term

As discussed in the text, the Integrated Sachs-Wolfe also contribute to the cosmic convergence at first order

$$\kappa_{\text{isw}}(\mathbf{n}) = 2 \int_0^\infty d\chi \hat{g}_{\text{isw}1}(\chi) \Phi'(\mathbf{n}, \chi) + 2 \int_0^\infty d\chi \hat{g}_{\text{isw}2}(\chi) \Phi(\mathbf{n}, \chi) \quad (\text{C1})$$

with both $\hat{g}_{\text{isw}2}$ and $\hat{g}_{\text{isw}1}$ defined in the text. The harmonic expansions of both the first and the second terms, which we call $\kappa_{\text{isw}1}$ and $\kappa_{\text{isw}2}$ respectively give

$$\kappa_{\text{isw}1}(\mathbf{n}) = 8\pi \int_0^\infty d\chi \hat{g}_{\text{isw}1}(\chi) \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \quad (\text{C2})$$

for now we drop the ' which denotes the derivative of the potential with respect to the conformal time as it is taken into account by the time evolution of the transfer function. The second term

$$\kappa_{\text{isw}2}(\mathbf{n}) = 8\pi \int_0^\infty d\chi \hat{g}_{\text{isw}2}(\chi) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\mathbf{n}). \quad (\text{C3})$$

It follows that the correlator contains three terms

$$\langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}*} \rangle = \langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}1} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}1*} \rangle + \langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}2} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}2*} \rangle + 2\langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}1} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}2*} \rangle \quad (\text{C4})$$

thus

$$\langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}1} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}1*} \rangle = 16\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} \hat{g}_{\text{isw}1}(\chi) \hat{g}_{\text{isw}1}(\chi') j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (\text{C5})$$

where

$$\mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') = \mathcal{P}_{\Phi_i}(k) T_{\text{isw}1}(k, \chi) T_{\text{isw}1}(k, \chi')$$

and

$$T_{\text{isw}1}(k, \chi) = T(k) g'(\chi)$$

$g'(\chi)$ being the derivative of the growth suppression factor with respect to conformal time η . The second term that constitutes to the correlator

$$\langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}2} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}2*} \rangle = 16\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} \hat{g}_{\text{isw}2}(\chi) \hat{g}_{\text{isw}2}(\chi') j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (\text{C6})$$

with

$$\mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') = \mathcal{P}_{\Phi_i}(k) T_{\text{isw}2}(k, \chi) T_{\text{isw}2}(k, \chi')$$

and

$$T_{\text{isw}2}(k, \chi) = T(k) g(\chi).$$

And the last term yields

$$\langle \kappa_{\ell m}^{\text{isw}1} \kappa_{\ell' m'}^{\text{isw}2*} \rangle = 16\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} \hat{g}_{\text{isw}1}(\chi) \hat{g}_{\text{isw}2}(\chi') j_\ell(k\chi) j_\ell(k\chi') \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (\text{C7})$$

letting

$$\mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') = \mathcal{P}_{\Phi_i}(k) T_{\text{isw}1}(k, \chi) T_{\text{isw}2}(k, \chi').$$

So, the total contribution of the Integrated Sachs-Wolfe term (C_ℓ^{isw}) to the convergence is thus given by the sum of each C'_ℓ s extracted from each of the terms that composes the correlator i.e

$$C_\ell^{\text{isw}} = C_\ell^{\text{isw}1, \text{isw}1} + C_\ell^{\text{isw}2, \text{isw}2} + 2C_\ell^{\text{isw}1, \text{isw}2}. \quad (\text{C8})$$

Appendix D: Angular power spectrum of the Sachs-Wolfe term

The contribution to the convergence of the Sachs-Wolfe term reads

$$\kappa_{\text{sw}}(\mathbf{n}) = \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) \left(2 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi} \right) \Phi(\mathbf{n}, \chi). \quad (\text{D1})$$

Using the Fourier decomposition of the potential and expanding the plane waves we arrive at

$$\kappa_{\text{sw}}(\mathbf{n}) = 4\pi \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) \left(2 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)} \right) \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) \sum_{\ell m} i^\ell j_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) Y_{\ell m}(\mathbf{n}) \quad (\text{D2})$$

and the coefficients $\kappa_{\ell m}^{\text{sw}}$ are given by

$$\kappa_{\ell m}^{\text{sw}} = 4\pi \int_0^\infty d\chi n_s(\chi) \left(2 - \frac{1}{\chi \mathcal{H}(\chi)} \right) \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} \Phi(\mathbf{k}, \eta) i^\ell j_\ell(k\chi) Y_{\ell m}(\hat{\mathbf{k}}) \quad (\text{D3})$$

so that

$$\langle \kappa_{\ell m}^{\text{sw}} \kappa_{\ell' m'}^{\text{sw}*} \rangle = 4\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int_0^\infty \frac{dk}{k} \hat{g}_{\text{sw}}(\chi) \hat{g}_{\text{sw}}(\chi') j_\ell(k\chi) j_{\ell'}(k\chi') \mathcal{P}_\Phi(k, \chi, \chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'} \quad (\text{D4})$$

where we define

$$\hat{g}_{\text{sw}}(\chi) = n_s(\chi) \left(2 - \frac{1}{\mathcal{H}\chi} \right).$$

Extracting C_ℓ^{sw} from (D4) is straightforward

Appendix E: Angular power spectrum of the vector modes

The lensing potential integrated along the line of sight associated with the vector modes is given by

$$\psi(\mathbf{n}) = \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) n^i V_i[\mathbf{x}(\mathbf{n}), \chi].$$

We decompose the vector perturbations in Fourier modes as in Eq. (2.11). The polarisation vectors can be expressed as

$$\mathbf{e}^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (\mathbf{e}_1 \pm i\mathbf{e}_2),$$

so that

$$n^i e_i^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{\pm i\varphi}. \quad (\text{E1})$$

The power spectrum of each polarisation is then defined as

$$\langle V_a(\mathbf{k}, \eta) V_b^*(\mathbf{k}', \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_V(k, \eta, \eta') \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{ab}, \quad (\text{E2})$$

assuming that the two polarisations are independent and using local isotropy to deduce that they enjoy the same spectrum. It follows that

$$\psi(\mathbf{n}) = \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} V_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \theta e^{\lambda i\varphi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (\text{E3})$$

Contrary to the scalar case, we cannot simply decompose the exponential to read $\psi_{\ell m}$ because of the extra geometric factor. The simplest is to extract it as

$$\psi_{\ell m} = \int \psi(\mathbf{n}) Y_{\ell m}^*(\mathbf{n}) d^2 \mathbf{n}. \quad (\text{E4})$$

so that is given by

$$\psi_{\ell m} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} V_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \int \sin \theta e^{\lambda i\varphi} Y_{\ell m}^*(\mathbf{n}) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d^2 \mathbf{n}. \quad (\text{E5})$$

Now, using that

$$\sin \theta e^{\lambda i\varphi} = -2\lambda \sqrt{\frac{2\pi}{3}} Y_{1\lambda}(\mathbf{n})$$

and decomposing the exponential in spherical harmonics, one gets

$$\psi_{\ell m} = 4\pi\sqrt{2} \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\lambda=\pm} (-\lambda) \sqrt{\frac{2\pi}{3}} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} V_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \sum_{LM} i^L j_L(k\chi) Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{LM, \ell m}^\lambda. \quad (\text{E6})$$

The integral over the 3 spherical harmonics,

$$\mathcal{A}_{LM, \ell m}^\lambda = \int Y_{1\lambda}(\mathbf{n}) Y_{LM}(\mathbf{n}) Y_{\ell m}^*(\mathbf{n}) d^2\mathbf{n}, \quad (\text{E7})$$

is conveniently computed by first assuming that $\hat{\mathbf{k}}$ is along the z -axis so that $Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) = \sqrt{(2L+1)/4\pi} \delta_{M0}$. We thus need to evaluate $\mathcal{A}_{L0, \ell m}^\lambda$, which is only non-vanishing when $m = \lambda$ $L = \ell \pm 1$ so that the only non-vanishing coefficients are

$$\mathcal{A}_{\ell+10, \ell+1}^{1\pm 1} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sqrt{\frac{\ell(\ell+1)}{(2\ell+1)(2\ell+3)}}, \quad \mathcal{A}_{\ell-10, \ell+1}^{1\pm 1} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sqrt{\frac{\ell(\ell+1)}{(2\ell+1)(2\ell-1)}}. \quad (\text{E8})$$

The sum

$$\alpha_{\ell m}^\lambda(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) \equiv \sum_{LM} i^L j_L(k\chi) Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{LM, \ell m}^\lambda \quad (\text{E9})$$

then reduces to

$$\alpha_{\ell m}^\lambda(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) = i^{\ell-1} j_{\ell-1} \sqrt{\frac{2\ell-1}{4\pi}} \mathcal{A}_{\ell-10, \ell\pm 1}^{1\lambda} - i^{\ell+1} j_{\ell+1} \sqrt{\frac{2\ell+3}{4\pi}} \mathcal{A}_{\ell+10, \ell\pm 1}^{1\lambda}, \quad (\text{E10})$$

and, after gathering the Bessel functions,

$$\alpha_{\ell m}^\lambda(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) = -i^{\ell+1} \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{3}{2\pi}} \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} j_\ell^{(11)}(k\chi) \delta_{m\lambda} \quad (\text{E11})$$

with

$$j_\ell^{(11)}(x) \equiv \sqrt{\frac{\ell(\ell+1)}{2}} \frac{j_\ell(x)}{x}.$$

Now, to evaluate the same quantity for any $\hat{\mathbf{k}}$, we need to perform a rotation $R(\hat{\mathbf{k}})$ that brings the \mathbf{e}_z along $\hat{\mathbf{k}}$. Under such a rotation,

$$\alpha_{\ell m}^\lambda(\mathbf{k}) = \sum_{m'=\pm 1} D_{m, m'}^\ell [R(\hat{\mathbf{k}})] \alpha_{\ell m'}^\lambda(k\mathbf{e}_z), \quad (\text{E12})$$

where

$$\int d\hat{\mathbf{k}} D_{m, \pm 1}^\ell [R(\hat{\mathbf{k}})] \left(D_{m', \pm 1}^{\ell'} [R(\hat{\mathbf{k}})] \right)^* = \frac{4\pi}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}. \quad (\text{E13})$$

So, finally, we have

$$\psi_{\ell m} = 4\pi \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) i^{\ell+1} \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} j_\ell^{(11)}(k\chi) \sum_{\lambda=\pm} \lambda \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} V_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \sum_{a=\pm 1} D_{m, a}^\ell [R(\hat{\mathbf{k}})]. \quad (\text{E14})$$

Using Eq. (E2) and integrating over $\hat{\mathbf{k}}$ while exploiting relation (E13), it follows that

$$\langle \psi_{\ell m} \psi_{\ell' m'}^* \rangle = 4\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int \frac{d\mathbf{k}}{k} \mathcal{P}_V(k, \eta, \eta') \hat{g}(\chi) \hat{g}(\chi') j_\ell^{(11)}(k\chi) j_{\ell'}^{(11)}(k\chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}. \quad (\text{E15})$$

Appendix F: Angular power spectrum of the tensor modes

The same method as for vectors can be followed for tensor modes. The potential integrated along the line of sight is now given by

$$\psi(\mathbf{n}) = \int_0^\infty \hat{g}(\chi) n^i n^j h_{ij}[\mathbf{x}(\mathbf{n}), \chi] d\chi. \quad (\text{F1})$$

We decompose the tensor perturbations in Fourier modes as in Eq. (2.17) in which the polarization tensor is explicitly given by

$$\varepsilon_{ij}^\lambda = \frac{e_i^1 e_j^1 \delta_+^\lambda + e_i^2 e_j^2 \delta_-^\lambda}{\sqrt{2}}$$

so that

$$n^i n^j \varepsilon_{ij}^\pm = \frac{1}{2\sqrt{2}} (\sin\theta)^2 e^{\pm 2i\varphi}.$$

The power spectrum of the two polarisations is defined as

$$\langle h_a(\mathbf{k}, \eta) h_b^*(\mathbf{k}', \eta') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_T(k, \eta, \eta') \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta_{ab}. \quad (\text{F2})$$

It follows that

$$\psi(\mathbf{n}) = \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\lambda=\pm} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} h_\lambda(\mathbf{k}, \eta) \frac{1}{2\sqrt{2}} (\sin\theta)^2 e^{\lambda 2i\varphi} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}. \quad (\text{F3})$$

Setting $2\lambda = \gamma$ and using

$$(\sin\theta)^2 e^{\gamma i\varphi} = 4\sqrt{\frac{2\pi}{15}} Y_{2\gamma}(\mathbf{n}),$$

the expression of the coefficients $\psi_{\ell m}$ are obtained from Eq. (E4) as

$$\psi_{\ell m} = 4\pi\sqrt{2} \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\gamma=\pm 2} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} h_\gamma(\mathbf{k}, \eta) \sum_{LM} i^L j_L(k\chi) Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{LM, \ell m}^\gamma \quad (\text{F4})$$

with

$$\mathcal{A}_{LM, \ell m}^\gamma = \int Y_{2\gamma}(\mathbf{n}) Y_{LM}(\mathbf{n}) Y_{\ell m}^*(\mathbf{n}) d^2\mathbf{n}. \quad (\text{F5})$$

By pure analogy with the previous case, it is convenient to first calculate this assuming that $\hat{\mathbf{k}}$ is along the z -axis so that $Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) = \sqrt{(2L+1)/4\pi} \delta_{M0}$. We then need to evaluate $\mathcal{A}_{LM, \ell m}^\gamma$ which is only non-vanishing when $m = \gamma$, $L = \ell \pm 2, \ell$ so that the non-zero coefficients are

$$\mathcal{A}_{\ell 0, \ell \pm 2}^{2\pm 2} = -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sqrt{\frac{(\ell+2)!}{(\ell-2)!}} \frac{1}{(2\ell+3)(2\ell-1)}, \quad (\text{F6})$$

$$\mathcal{A}_{\ell+2 0, \ell \pm 2}^{2\pm 2} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sqrt{\frac{(\ell+2)!}{(\ell-2)!}} \frac{1}{\sqrt{(2\ell+1)(2\ell+5)(2\ell+3)}}, \quad (\text{F7})$$

$$\mathcal{A}_{\ell-2 0, \ell \pm 2}^{2\pm 2} = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sqrt{\frac{(\ell+2)!}{(\ell-2)!}} \frac{1}{\sqrt{(2\ell-3)(2\ell+1)(2\ell-1)}}. \quad (\text{F8})$$

The sum

$$\tilde{\alpha}_{\ell m}^\gamma(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) \equiv \sum_{LM} i^L j_L(k\chi) Y_{LM}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{LM, \ell m}^\gamma \quad (\text{F9})$$

then reduces to 3 terms as

$$\tilde{\alpha}_{\ell m}^\gamma(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) = i^\ell j_\ell(k\chi) Y_{\ell 0}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{\ell 0, \ell \pm 2}^{2 \pm 2} + i^{\ell+2} j_{\ell+2}(k\chi) Y_{\ell+2 0}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{\ell+2 0, \ell \pm 2}^{2 \pm 2} + i^{\ell-2} j_{\ell-2}(k\chi) Y_{\ell-2 0}(\hat{\mathbf{k}}) \mathcal{A}_{\ell-2 0, \ell \pm 2}^{2 \pm 2}. \quad (\text{F10})$$

After simplifying and gathering the Bessel functions, it gives

$$\tilde{\alpha}_{\ell m}^\gamma(\mathbf{k} = k\mathbf{e}_z) = \frac{1}{\sqrt{2}} i^{\ell+2} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} j_\ell^{(22)}(k\chi) \delta_{\gamma m} \quad (\text{F11})$$

with

$$j_\ell^{(22)}(x) \equiv \sqrt{\frac{1}{8} \frac{(\ell+2)!}{(\ell-2)!} \frac{j_\ell(x)}{x^2}}.$$

To finish, we need to evaluate the same quantity for any $\hat{\mathbf{k}}$ by performing a rotation $R(\hat{\mathbf{k}})$ that brings the \mathbf{e}_z along $\hat{\mathbf{k}}$. Under such a rotation,

$$\tilde{\alpha}_{\ell m}^\lambda(\mathbf{k}) = \sum_{m'=\pm 2} D_{m, m'}^\ell[R(\hat{\mathbf{k}})] \tilde{\alpha}_{\ell m'}^\lambda(k\mathbf{e}_z), \quad (\text{F12})$$

where the orthogonality relation of the Wigner D -functions,

$$\int d\hat{\mathbf{k}} D_{m, \pm 2}^\ell[R(\hat{\mathbf{k}})] \left(D_{m', \pm 2}^{\ell'}[R(\hat{\mathbf{k}})] \right)^* = \frac{4\pi}{2\ell+1} \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}, \quad (\text{F13})$$

is used to get the coefficients of the expansion as

$$\psi_{\ell m} = 4\pi \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} \int_0^\infty d\chi \hat{g}(\chi) \sum_{\gamma=\pm 2} \int \frac{d^3\mathbf{k}}{(2\pi)^{3/2}} h_\gamma(\mathbf{k}, \eta) i^{\ell+2} j_\ell^{(22)}(k\chi) \sum_{a=\pm 2} D_{m, a}^\ell[R(\hat{\mathbf{k}})]. \quad (\text{F14})$$

Using Eq. (F2) and integrating over $\hat{\mathbf{k}}$ while exploiting relation (F13) leads to

$$\langle \psi_{\ell m} \psi_{\ell' m'}^* \rangle = 4\pi \int_0^\infty d\chi \int_0^\infty d\chi' \int \frac{d\mathbf{k}}{k} \mathcal{P}_T(k, \eta, \eta') \hat{g}(\chi) \hat{g}(\chi') j_\ell^{(22)}(k\chi) j_{\ell'}^{(22)}(k\chi') \delta_{\ell\ell'} \delta_{mm'}. \quad (\text{F15})$$

-
- [1] C. Clarkson, G. Ellis, J. Larena and O. Umeh, Rept. Prog. Phys. **74**, 112901 (2011), [arXiv:1109.2314].
- [2] T. Buchert, Gen. Rel. Grav. **32**, 105 (2000), [gr-qc/9906015]; T. Buchert, Gen. Rel. Grav. **33**, 1381 (2001), [gr-qc/0102049]; S. Rasanen, JCAP **0402**, 003 (2004), [astro-ph/0311257]; E. Barausse, S. Matarrese, and A. Riotto, Phys. Rev. D **71**, 063537 (2005), [astro-ph/0501152]; E. W. Kolb, S. Matarrese, and A. Riotto, New J. Phys. **8**, 322 (2006), [astro-ph/0506534]; S. Rasanen, JCAP **0611**, 003 (2006), [astro-ph/0607626]; M. Kasai, Prog. Theor. Phys. **117**, 1067 (2007), [astro-ph/0703298].
- [3] A. Ishibashi and R. M. Wald, Class. Quant. Grav. **23**, 235 (2006), [gr-qc/0509108]; E. E. Flanagan, Phys. Rev. D **71**, 103521 (2005), [hep-th/0503202]; C. M. Hirata and U. Seljak, Phys. Rev. D **72**, 083501 (2005), [astro-ph/0503582]; S. R. Green and R. M. Wald, Phys. Rev. D **83**, 084020 (2011), [arXiv:1011.4920].
- [4] E. W. Kolb, S. Matarrese, A. Notari, and A. Riotto, Phys. Rev. D **71**, 023524 (2005), [hep-ph/0409038]; N. Li and D. J. Schwarz, Phys. Rev. D **76**, 083011 (2007), [gr-qc/0702043]; N. Li and D. J. Schwarz, Phys. Rev. D **78**, 083531 (2008), [arXiv:0710.5073]; C. Clarkson, K. Ananda, and J. Larena, Phys. Rev. D **80**, 083525 (2009), [arXiv:0907.3377]; O. Umeh, J. Larena, and C. Clarkson, JCAP **1103**, 029 (2011), [arXiv:1011.3959]; C. Clarkson and O. Umeh, Class. Quant. Grav. **28**, 164010 (2011) [arXiv:1105.1886]; G. Marozzi, J.-P. Uzan, Phys. Rev. D **86**, 063528 (2012), [arXiv:1206.4887].
- [5] M. Bruni, D. B. Thomas and D. Wands, [arXiv:1306.1562].
- [6] J. Adamek, D. Daverio, R. Durrer and M. Kunz, Phys. Rev. D **88**, 103527 (2013), [arXiv:1308.6524]
- [7] C. Pitrou, Class. Quant. Grav. **26**, 065006 (2009); C. Pitrou, J.-P. Uzan, and F. Bernardeau, Phys. Rev. D **78**, 063526 (2008); C. Pitrou, J.-P. Uzan, and F. Bernardeau, JCAP **1007**, 003 (2010); Z. Huang, and F. Vernizzi, Phys. Rev. Lett. **110**, 101303 (2013).
- [8] Planck Collaboration, paper XXIV, [arXiv:1303.5084]
- [9] S. Renaux-Petel, C. Fidler, C. Pitrou and G. W. Pettinari, [arXiv:1312.4448]; C. Pitrou, F. Bernardeau and J. -P. Uzan, JCAP **1007**, 019 (2010), [arXiv:0912.3655].

- [10] Y. Mellier, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **37**, 127 (1999), [astro-ph/9812172]; M. Bartelmann, and P. Schneider, *Phys. Rept.* **340**, 29 (2011), [astro-ph/9912508].
- [11] J.-P. Uzan, *Gen. Rel. Grav.* **42** 2219 (2010), [arXiv:0908.2243]; J.-P. Uzan, and F. Bernardeau, *Phys. Rev. D* **64** (2001) 083004, [hep-ph/0012011].
- [12] C. Clarkson, *et al.*, *Month. Not. R. Astron. Soc.* **426**, 1121 (2012).
- [13] O. Umeh, C. Clarkson and R. Maartens, arXiv:1207.2109v2 [astro-ph.CO].
- [14] I. Ben-Dayan, G. Marozzi, F. Nugier and G. Veneziano, *JCAP* **1211**, 045 (2012) [arXiv:1209.4326]
- [15] O. Umeh, C. Clarkson and R. Maartens, arXiv:1402.1933 [astro-ph.CO].
- [16] K. Bolejko, C. Clarkson, R. Maartens, D. Bacon, N. Meures and E. Beynon, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 021302 (2013) [arXiv:1209.3142].
- [17] I. Ben-Dayan, M. Gasperini, G. Marozzi, F. Nugier and G. Veneziano, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 021301 (2013) [arXiv:1207.1286].
- [18] P. Fleury, H. Dupuy and J.-P. Uzan, *Phys. Rev. D* **87**, 123526 (2013), [arXiv:1302.5308]
- [19] P. Fleury, H. Dupuy and J.-P. Uzan, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 091302 (2013), [arXiv:1304.7791]
- [20] I. Ben-Dayan, M. Gasperini, G. Marozzi, F. Nugier and G. Veneziano, *JCAP* **1306**, 002 (2013) [arXiv:1302.0740 [astro-ph.CO]].
- [21] D. J. Bacon, S. Andrianomena, C. Clarkson, K. Bolejko and R. Maartens, [arXiv:1401.3694].
- [22] C. Bonvin, *Phys. Rev. D* **78**, 123530 (2008) [arXiv:0810.0180].
- [23] K. N. Ananda, C. Clarkson and D. Wands, *Phys. Rev. D* **75**, 123518 (2007), [gr-qc/0612013].
- [24] D. Baumann, P. J. Steinhardt, K. Takahashi and K. Ichiki, *Phys. Rev. D* **76**, 084019 (2007), [hep-th/0703290].
- [25] D. Sarkar, P. Serra, A. Cooray, K. Ichiki and D. Baumann, *Phys. Rev. D* **77**, 103515 (2008), [arXiv:0803.1490].
- [26] S. Mollerach, D. Harari and S. Matarrese, *Phys. Rev. D* **69**, 063002 (2004), [astro-ph/0310711].
- [27] T. H. -C. Lu, K. Ananda and C. Clarkson, *Phys. Rev. D* **77**, 043523 (2008), [arXiv:0709.1619].
- [28] T. H. -C. Lu, K. Ananda, C. Clarkson and R. Maartens, *JCAP* **0902**, 023 (2009), [arXiv:0812.1349].
- [29] S. Seitz, P. Schneider and J. Ehlers, *Class. Quant. Grav.* **11**, 2345 (1994), [astro-ph/9403056].
- [30] A. Cooray and W. Hu, *Astrophys. J.* **574**, 19 (2002), [astro-ph/0202411].
- [31] S. Dodelson, E. W. Kolb, S. Matarrese, A. Riotto and P. Zhang, *Phys. Rev. D* **72**, 103004 (2005), [astro-ph/0503160].
- [32] B. M. Schaefer and M. Bartelmann, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **369**, 425 (2006), [astro-ph/0502208].
- [33] C. Shapiro and A. Cooray, *JCAP* **0603**, 007 (2006), [astro-ph/0601226].
- [34] F. Bernardeau, C. Bonvin and F. Vernizzi, *Phys. Rev. D* **81**, 083002 (2010), [arXiv:0911.2244].
- [35] F. Bernardeau, C. Bonvin, N. Van de Rijt and F. Vernizzi, *Phys. Rev. D* **86**, 023001 (2012), [arXiv:1112.4430].
- [36] P. Peter and J.-P. Uzan, *Primordial Cosmology* (Oxford University Press, 2009).
- [37] E. Komatsu *et al.* [WMAP Collaboration], *Astrophys. J. Suppl.* **180**, 330 (2009) [arXiv:0803.0547].
- [38] D. J. Eisenstein and W. Hu, *Astrophys. J.* **496**, 605 (1998), [astro-ph/9709112].
- [39] R. E. Smith *et al.* [Virgo Consortium Collaboration], *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **341**, 1311 (2003) [astro-ph/0207664].
- [40] C. Pitrou, J.-P. Uzan, and F. Bernardeau, *JCAP* **1007**, 003 (2010), [arXiv:1003.0481].
- [41] R. Durrer, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 3301 (1994) [astro-ph/9401033].
- [42] J.-P. Uzan and F. Bernardeau, *Phys. Rev. D* **63** 023004 (2001), [astro-ph/0004105]
- [43] P. Schneider, J. Ehlers, and E. E. Falco, *Gravitational Lenses* (Springer, 1992).
- [44] M. Bartelmann and P. Schneider, *Phys. Rept.* **340**, 291 (2001), [arXiv:astro-ph/9912508];
- [45] C. Pitrou, J.-P. Uzan, and T.S. Pereira, *Phys. Rev. D* **87**, 043003 (2013), [arXiv:1203.6029]
- [46] C. Bonvin, *Phys. Rev. D* **73**, 023523 (2006) [arXiv:0511183]
- [47] M. LoVerde and N. Afshordi, *Phys. Rev. D* **78**, 123506 (2008) [arXiv:0809.5112].
- [48] F. Bernardeau, C. Pitrou, and J.-P. Uzan, *JCAP* **1102**, 15 (2011), [arXiv:1012.2652].
- [49] E. Beynon, D. J. Bacon, K. Koyama and , *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **403**, 353 (2010) [arXiv:0910.1480].
- [50] L. Amendola *et al.* [Euclid Theory Working Group Collaboration], *Living Rev. Rel.* **16**, 6 (2013), [arXiv:1206.1225].
- [51] R. Laureijs, *et al.*, [arXiv:1110.3193].
- [52] R. J. Wilman, L. Miller, M. J. Jarvis, T. Mauch, F. Levrier, F. B. Abdalla, S. Rawlings and H. -R. Kloeckner *et al.*, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* **388**, 1335 (2008), [arXiv:0805.3413].
- [53] D. Yamauchi, T. Namikawa and A. Taruya, *JCAP* **1308**, 051 (2013), [arXiv:1305.3348].